

**UN MODELO ESTOCÁSTICO ESPACIAL PARA LA PRECIPITACIÓN MENSUAL EN LA
CUENCA DEL RÍO MAIPO: APLICACIÓN PARA RELLENO ESTOCÁSTICO
CONDICIONADO Y SIMULACIÓN DE SERIES SINTÉTICAS ESPACIALES**

JOSÉ PEDRO MONTT MONCKEBERG

PEDRO A. RIVERA IZAM

RESUMEN

En este trabajo se formula y aplica un modelo estocástico espacial sobre las precipitaciones de la cuenca del río Maipo. Un modelo estocástico espacial es la representación de una variable aleatoria espacial y temporal, que busca reproducir sus principales características, tales como la media, la desviación estándar y la correlación espacial. Esta modelación se aplicó a una variable de alta asimetría, como son las precipitaciones mensuales particularmente en verano. Se analizaron 54 estaciones y se estimaron sus parámetros estadísticos fundamentales según diferentes procedimientos dependiendo de la longitud de los registros. Se estimaron los parámetros del modelo para cada mes. Este tipo de modelación tiene un gran número de aplicaciones. Una aplicación directa es la generación de series sintéticas de precipitaciones mensuales para muchos puntos simultáneamente y correlacionados entre sí. Una segunda aplicación es el relleno estocástico de las estaciones con datos faltantes, condicionado a todos los valores observados en el resto de las estaciones. Este condicionamiento con gran cantidad de estaciones simultáneamente incrementa significativamente la calidad del relleno.

I INTRODUCCIÓN

La cuenca del río Maipo se puede diferenciar hidrológicamente en cuatro zonas. Estas son la cordillera de Los Andes, el valle central, la cordillera de la Costa y la costa. Estas cuatro regiones presentan grandes diferencias entre sí en algunas características de las precipitaciones, pero grandes similitudes en otras características.

Las diferencias más significativas en la precipitación de la cuenca del Maipo es en la cantidad total de agua caída. La precipitación sobre la cordillera de Los Andes es del orden del doble de la precipitación sobre el valle central. También la precipitación es mayor en la cordillera de la Costa. Además existen diferencias menores debido a la latitud. Otra diferencia significativa se produce en la probabilidad que haya precipitación en los meses de verano. En la cordillera esta probabilidad es mucho mayor que en el resto de la cuenca.

Pero también existen grandes similitudes y comportamientos altamente correlacionados en otros aspectos. Estas similitudes tienen que ver fundamentalmente con la ocurrencia de las precipitaciones. Es decir, las grandes precipitaciones (y también las sequías) ocurren simultáneamente en toda la cuenca con una correlación significativamente alta. Dado el tamaño relativamente pequeño de la cuenca es de esperar un comportamiento altamente correlacionado, si bien no perfectamente correlacionado.

La modelación multivariada de precipitaciones tiene por objeto disponer de un modelo de comportamiento en conjunto de las precipitaciones sobre una región o cuenca. En particular un modelo probabilístico de precipitaciones sobre la cuenca del río Maipo debe considerar las diferencias y similitudes, tanto espaciales como temporales entre los diferentes puntos y zonas de la cuenca. De este modo es posible tener un modelo del comportamiento de las precipitaciones acoplado y simultáneo sobre todos los puntos de observación.

En el caso de un modelo de precipitaciones mensuales debe considerarse también la estacionalidad de ellas. Por lo que se debe construir un modelo multivariado de precipitaciones mensual y estacional, es decir, que sea distinto para cada mes del año. Las diferencias del modelo de un mes a otro, no se deben solamente al volumen esperado de precipitaciones, si no que también a su varianza, a la probabilidad que no ocurra precipitación, y también al grado de correlación espacial entre los distintos puntos de la cuenca.

Una vez construido un modelo estocástico espacial y estacional de precipitaciones mensuales, puede utilizarse en un gran número de aplicaciones. La aplicación más directa es la generación de series sintéticas de precipitaciones mensuales para muchos puntos simultáneamente y correlacionados entre sí. Una segunda aplicación, es el relleno estocástico de las estaciones con datos faltantes, condicionado a todos los valores observados en el resto de las estaciones. Este condicionamiento con gran cantidad de estaciones simultáneamente incrementa significativamente la calidad del relleno.

II MODELO ESTOCÁSTICO MULTIVARIADO PROPUESTO Y PROCEDIMIENTO DE ANALISIS

2.1 FORMULACIÓN GENERAL

Un modelo estocástico espacial es la representación de una variable aleatoria espacial y temporal. Busca reproducir las principales características de la variable, en particular la media, la desviación estándar y la correlación espacial. Dicha representación se obtiene en base al análisis de observaciones temporales y espaciales de la variable aleatoria.

Sea Z el vector de N variables. Estas variables aleatorias representan N distintos puntos del espacio y son dependientes entre si en un instante de tiempo.

$$Z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ M \\ z_N \end{bmatrix}$$

Si la variable z_i distribuye marginalmente normal, de media μ_i y desviación σ_i , $N(\mu_i, \sigma_i)$, el modelo espacial queda definido por:

$$Z = \Sigma^{1/2} \cdot U + M$$

En que U es un vector de N variables aleatorias normales estandarizadas, independientes entre sí. El vector M ($N \times 1$) es el valor esperado de Z , $E(Z)$, o el vector de medias, y Σ ($N \times N$) es la matriz de covarianza de Z . Se definen como sigue:

$$M = E(Z) = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mathbf{M} \\ \mu_N \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = E((Z - M)(Z - M)^T) = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \Lambda & \sigma_{1N} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \Lambda & \sigma_{2N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \Lambda & \sigma_{NN} \end{bmatrix}$$

En que σ_{ij} es la covarianza entre z_i y z_j , y el superíndice T indica la matriz transpuesta. La relación entre la matriz de covarianza, Σ , y la matriz de correlaciones cruzadas, R , es:

$$\Sigma = D \cdot R \cdot D = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \Lambda & 0 \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda & \sigma_N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \Lambda & \rho_{1N} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \Lambda & \rho_{2N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ \rho_{N1} & \rho_{N2} & \Lambda & \rho_{NN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \Lambda & 0 \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda & \sigma_N \end{bmatrix}$$

en que ρ_{ij} es coeficiente de correlación entre z_i y z_j , y D es la matriz de las desviaciones estándar de cada z_i en la diagonal. La matriz $\Sigma^{1/2}$ se obtiene resolviendo mediante la descomposición de Cholesky la siguiente ecuación:

$$\Sigma^{1/2} (\Sigma^{1/2})^T = \Sigma$$

Si la variable espacial es estacional, como en el caso de las precipitaciones mensuales, debe estimarse un modelo para cada mes.

2.2 ECUACIÓN PARA SIMULACIÓN DE SERIES SINTÉTICAS

Con el modelo expuesto se pueden generar series sintéticas de cualquier extensión de la variable aleatoria en cada uno de los N puntos. Estas series sintéticas, Z^t , con $t=1, 2, \dots, T$ en que T es la longitud de la serie sintética, van a reproducir valores medios, varianzas, y correlaciones espaciales. La ecuación para simulación de series sintéticas queda expresada como:

$$Z^t = \Sigma^{1/2} \cdot U^t + M$$

En que U^t es un vector que contiene N variables normales estandarizadas e independientes. El vector U^t se genera a partir de un procedimiento para la simulación de números aleatorios normales

2.3 ECUACIÓN PARA RELLENO ESTOCÁSTICO CONDICIONADO

El relleno de datos faltantes se obtiene utilizando la distribución de probabilidades conjunta de las variables no observadas, condicionadas a las variables observadas. Esta distribución de probabilidades condicionada se deduce directamente del modelo estocástico multivariado general.

Sea X una muestra de Z . Supongamos que el vector de muestra X tiene p variables no medidas en la muestra. Sea X_F el conjunto de las p variables faltantes, y sea X_V el conjunto de las $N-p$ variables con valores medidos.

Entonces se tiene que la distribución de probabilidades conjunta de los vectores X_F y X_V viene dado por:

$$\begin{bmatrix} X_F \\ X_V \end{bmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} M_F \\ M_V \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \Sigma_{FF} & \Sigma_{FV} \\ \Sigma_{VF} & \Sigma_{VV} \end{bmatrix} \right)$$

En que Σ_{VV} es la matriz de covarianzas entre las variables medidas, Σ_{FF} es la matriz de covarianzas entre las variables faltantes, y Σ_{VF} es la matriz de covarianzas entre las variables medidas y las faltantes. Es necesario aclarar que, ya que las variables están ordenadas de distinta manera, en general:

$$\begin{bmatrix} X_F \\ X_V \end{bmatrix} \neq X; \begin{bmatrix} M_F \\ M_V \end{bmatrix} \neq M; \begin{bmatrix} \Sigma_{FF} & \Sigma_{FV} \\ \Sigma_{VF} & \Sigma_{VV} \end{bmatrix} \neq \Sigma$$

Entonces la distribución de probabilidades conjunta de las variables no medidas, condicionada a las variables medidas, es una normal p -variada, con las siguientes media y varianza:

$$E(X_F | X_V) = M_F + \Sigma_{FV} \Sigma_{VV}^{-1} (X_V - M_V)$$

$$V(X_F | X_V) = \Sigma_{FF} - \Sigma_{FV} \Sigma_{VV}^{-1} \Sigma_{VF}$$

Finalmente, para obtener los valores faltantes, en primer lugar, se genera un vector U de p variables normales estandarizadas e independientes entre sí. Luego los datos faltantes se rellenan mediante la siguiente expresión:

$$X_F = T^T U + M_F + \Sigma_{FV} \Sigma_{VV}^{-1} (X_V - M_V)$$

En que T se obtiene resolviendo la siguiente ecuación:

$$T^T T = \Sigma_{FF} - \Sigma_{FV} \Sigma_{VV}^{-1} \Sigma_{VF}$$

2.4 MODELACIÓN DE CADA VARIABLE PUNTUAL Y PROCEDIMIENTO DE NORMALIZACIÓN

Puesto que las lluvias mensuales no son variables normales, la modelación implica normalizar las variables originales. La normalización y estandarización realizada consiste en transformar cada valor medido en un valor normal $\mathcal{N}(0,1)$ que tiene la misma probabilidad de excedencia del dato original de acuerdo a un modelo de probabilidad ajustado a cada serie puntual. Cada serie local, puesto que se trata de valores de precipitación mensual, debe ser modelada de manera discreta para la condición de lluvia y no-lluvia, y de manera continua dado que llueve. Sea P la distribución de probabilidades acumulada de una cierta variable aleatoria y . La normalización y estandarización realizada transforma y en un valor y_n de la siguiente forma:

$$y_n = \Phi^{-1}(P(y))$$

En que $\Phi(\bullet)$ corresponde a la función de distribución normal estandarizada acumulada. El proceso de normalización y estandarización de los datos queda definido a través de la modelación univariada de cada lugar, por lo que la aplicación del modelo implica la definición de distribuciones de probabilidad para cada punto.

III ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LAS PRECIPITACIONES MENSUALES EN LA CUENCA DEL RÍO MAIPO

Se analizaron las precipitaciones mensuales de 54 estaciones en la cuenca del río Maipo y alrededores. De estas, 45 estaciones son de la Dirección General de Aguas (DGA) y 9 estaciones de la Dirección Meteorológica de Chile (DMC) (Figura 1). En la Tabla 1 se muestran las estaciones y las características de su registro. Se observa una gran variabilidad en la extensión y período de registro, de 4 hasta 140 años.

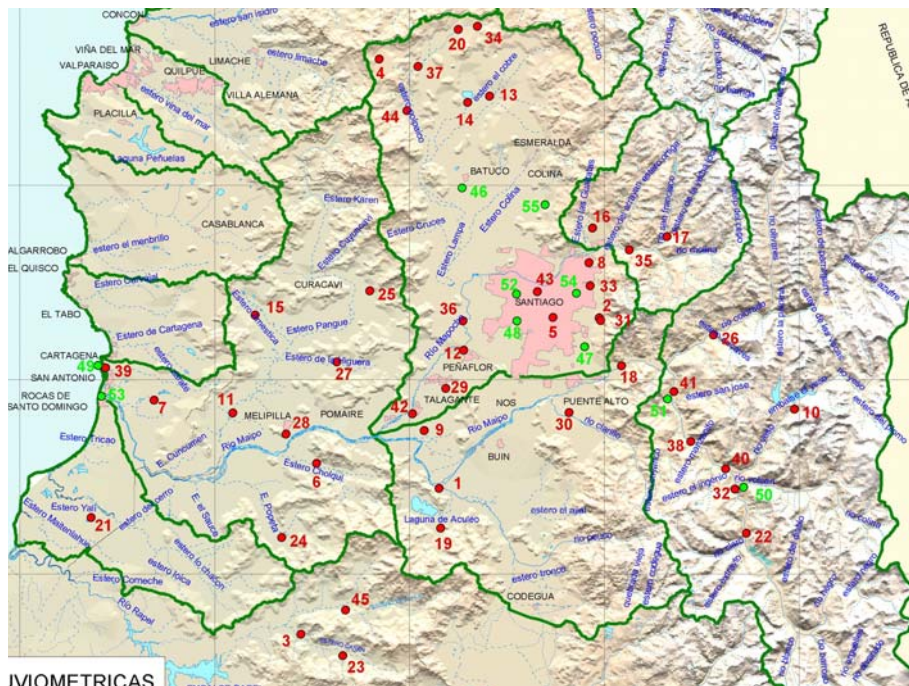


Figura 1. Estaciones analizadas (Rojo: Est. DGA; Verde: DMC). Indicadores según Tabla 1

Tabla 1. Estadística Disponible de Precipitaciones

NE	Nombre Estación	Año Inicio	Año Fin	Años Medidos.	Datos Men. Válidos	Datos Men. 1950-2006	Datos Faltant. 1950-2006	Años Comp l. 1950 - 2006	Años Incom. 1950-2006	Tipo Estación
P01	Angostura en Valdivia de Paine	1988	2006	19	220	220	464	17	40	2
P02	Antupirén	1979	2006	28	323	323	361	25	32	2
P03	Barrera Loncha	1984	2006	23	257	257	427	16	41	2
P04	Caleu	1957	2006	50	534	534	150	36	21	1
P05	Campus San Joaquín U.C.	1977	1983	7	67	67	617	5	52	3
P06	Carmen de las Rosas	1930	2006	77	875	645	39	49	8	1

P07	Cerrillos de Leyda	1932	2006	75	872	661	23	51	6	1
P08	Cerro Calán	1975	2006	32	369	369	315	29	28	2
P09	El Vergel	1988	2006	19	217	217	467	14	43	2
P10	El Yeso Embalse	1962	2006	45	515	515	169	38	19	1
P11	Estero Puangue en Ruta 78	1989	2006	18	209	209	475	16	41	2
P12	Fundo Marruecos	1989	2006	18	195	195	489	14	43	2
P13	Huechún Andina	1994	2006	13	128	128	556	8	49	2
P14	Huenchún Embalse	1988	2006	19	216	216	468	16	41	2
P15	Ibacache Alto	1988	2006	19	220	220	464	17	40	2
P16	La Dehesa	1991	2006	16	157	157	527	10	47	2
P17	La Ermita Bocatoma Central	1987	2006	20	207	207	477	13	44	2
P18	La Obra Recinto Emos	1995	2006	12	135	135	549	10	47	2
P19	Laguna Aculeo	1988	2006	19	175	175	509	11	46	2
P20	Las Bateas Fundo	1985	2006	22	245	245	439	15	42	2
P21	Las Dos Puertas Fundo	1990	2006	17	193	193	491	13	44	2
P22	Las Melosas	1962	2004	43	470	470	214	31	26	2
P23	Loncha	1976	1987	12	117	117	567	8	49	3
P24	Los Guindos	1989	2006	18	206	206	478	16	41	2
P25	Los Panguiles	1980	2006	27	309	309	375	25	32	2
P26	Maitenes Bocatoma	1988	2006	19	172	172	512	11	46	2
P27	Mallarauco	1992	2006	15	170	170	514	13	44	2
P28	Melipilla	1971	2006	36	385	385	299	31	26	2
P29	Peñaflor	1971	1979	9	76	76	608	4	53	3
P30	Pirque	1967	2006	40	418	418	266	31	26	2
P31	Quebrada de Macul	2003	2006	4	41	41	643	2	55	3
P32	Queltehues	1970	1979	10	116	116	568	9	48	3
P33	Ramón Quebrada	1980	2006	27	286	286	398	21	36	2
P34	Rincón de Los Valles	1957	2006	50	575	575	109	40	17	1
P35	Río Mapocho en Los Almendros	1999	2006	8	87	87	597	6	51	3
P36	Río Mapocho Rinconada de Maipú	2002	2006	5	55	55	629	3	54	3
P37	Rungue Embalse	1943	2006	64	659	592	92	49	8	1
P38	San Alfonso	1962	1973	12	136	136	548	10	47	2
P39	San Antonio (Pta. Panul)	1971	2006	36	396	396	288	25	32	2
P40	San Gabriel	1977	2006	30	341	341	343	26	31	2
P41	San José Retén	1971	2006	36	412	412	272	29	28	2
P42	Talagante	1971	1972	2	11	11	673	0	57	3
P43	Terraza Oficinas Centrales DGA	1960	2006	47	554	554	130	44	13	1
P44	Til-Til	1943	1972	30	280	201	483	14	43	2
P45	Villa Alhué	1979	2006	28	329	329	355	25	32	2
P46	Batuco Retén	1938	2000	63	473	333	351	15	42	2
P47	La Florida	1913	2004	92	781	452	232	23	34	1
P48	Los Cerrillos	1952	2004	53	621	621	63	46	11	1
P49	Queltehues DMC	1929	2004	76	849	613	71	42	15	1
P50	San José de Maipo DMC	1913	2004	92	783	384	300	23	34	1
P51	Santiago Quinta Normal	1866	2005	140	1656	648	36	48	9	1
P52	Santo Domingo	1968	2004	37	368	368	316	17	40	2
P53	Tobalaba	1946	2004	59	668	620	64	44	13	1
P54	Valle Hermoso	1957	1998	42	495	495	189	39	18	1

Tabla 2. Estaciones Pluviométricas.

NE	Nombre Estación	Fuen-te	Cód. DGA	Altura msnm	Latitud (grados)	Longitud (grados)	UTM Este	UTM Norte	Cuenca
P01	Angostura en Valdivia de Paine	DGA	05716004	350	-33.81037	-70.87935	326250	6257600	Río Maipo
P02	Antupirén	DGA	05730013	910	-33.49662	-70.51722	359262	6292945	Río Maipo
P03	Barrera Loncha	DGA	06042004	130	-34.07803	-71.19542	297624	6227334	Río Rapel
P04	Caleu	DGA	05733007	1200	-33.00608	-70.99481	313851	6346593	Río Maipo

P05	Campus San Joaquín U.C.	DGA	05730015	554	-33.49436	-70.61939	349766	6293052	Río Maipo
P06	Carmen de las Rosas	DGA	05740004	165	-33.75950	-71.15200	300891	6262748	Río Maipo
P07	Cerrillos de Leyda	DGA	05748003	180	-33.63415	-71.51066	267326	6275900	Río Maipo
P08	Cerro Calán	DGA	05730012	800	-33.39376	-70.53787	357175	6304323	Río Maipo
P09	El Vergel	DGA	05717008	325	-33.70184	-70.91028	323163	6269584	Río Maipo
P10	El Yeso Embalse	DGA	05703008	2475	-33.67194	-70.08439	399676	6274009	Río Maipo
P11	Estero Puangue en Ruta 78	DGA	05746001	100	-33.66205	-71.33653	283551	6273184	Río Maipo
P12	Fundo Marruecos	DGA	05737008	422	-33.55336	-70.81899	331336	6286202	Río Maipo
P13	Huechún Andina	DGA	05732002	580	-33.07906	-70.75227	336647	6338904	Río Maipo
P14	Huenchún Embalse	DGA	05732001	570	-33.09005	-70.80072	332145	6337609	Río Maipo
P15	Ibacache Alto	DGA	05744003	250	-33.47995	-71.28167	288194	6293494	Río Maipo
P16	La Dehesa	DGA	05723001	920	-33.32860	-70.52846	357944	6311561	Río Maipo
P17	La Ermita Bocatoma Central	DGA	05720003	1250	-33.34679	-70.36387	373291	6309757	Río Maipo
P18	La Obra Recinto Emos	DGA	05710007	820	-33.58671	-70.46896	363887	6283020	Río Maipo
P19	Laguna Aculeo	DGA	05716005	360	-33.88508	-70.87760	326563	6249318	Río Maipo
P20	Las Bateas Fundo	DGA	05733010	800	-32.95338	-70.81897	330179	6352735	Río Maipo
P21	Las Dos Puertas Fundo	DGA	05800002	80	-33.85095	-71.65785	254290	6251510	Cost. Maipo-Rapel
P22	Las Melosas	DGA	05701005	1527	-33.90254	-70.19515	389704	6248325	Río Maipo
P23	Loncha	DGA	06042003	210	-34.12003	-71.10234	306310	6222857	Río Rapel
P24	Los Guindos	DGA	05747001	125	-33.89659	-71.23335	293685	6247383	Río Maipo
P25	Los Panguiles	DGA	05744002	195	-33.43887	-71.02610	311857	6298543	Río Maipo
P26	Maitenes Bocatoma	DGA	05707003	1200	-33.53162	-70.26288	382938	6289380	Río Maipo
P27	Mallarauco	DGA	05745001	150	-33.57068	-71.10195	305101	6283784	Río Maipo
P28	Melipilla	DGA	05740005	200	-33.70336	-71.21901	294549	6268843	Río Maipo
P29	Peñaflor	DGA	05737006	370	-33.62389	-70.86118	327559	6278311	Río Maipo
P30	Pirque	DGA	05711003	670	-33.67276	-70.58726	353054	6273315	Río Maipo
P31	Quebrada de Macul	DGA	05730039	950	-33.50199	-70.51339	359626	6292355	Río Maipo
P32	Queltehues	DGA	05701008	1450	-33.82004	-70.21896	387394	6257448	Río Maipo
P33	Ramón Quebrada	DGA	05730014	700	-33.43670	-70.53563	357453	6299564	Río Maipo
P34	Rincón de Los Valles	DGA	05733006	950	-32.94854	-70.77678	334114	6353339	Río Maipo
P35	Río Mapocho en Los Almendros	DGA	05722002	1024	-33.37065	-70.44762	365534	6307006	Río Maipo
P36	Río Mapocho Rinconada de Maipú	DGA	05737002	420	-33.49813	-70.81948	331183	6292326	Río Maipo
P37	Rungue Embalse	DGA	05733008	675	-33.02118	-70.90976	321828	6345066	Río Maipo
P38	San Alfonso	DGA	05704005	1040	-33.73032	-70.31640	378248	6267286	Río Maipo
P39	San Antonio (Pta. Panul)	DGA	05530002	150	-33.57132	-71.61668	257313	6282625	Cost. Aconc.-Maipo
P40	San Gabriel	DGA	05704004	1195	-33.78198	-70.23989	385406	6261645	Río Maipo
P41	San José Retén	DGA	05704006	970	-33.63671	-70.35229	374787	6277623	Río Maipo
P42	Talagante	DGA	05737007	325	-33.67003	-70.93566	320745	6273067	Río Maipo
P43	Terraza Oficinas Centrales	DGA	05730016	535	-33.44634	-70.65345	346517	6298327	Río Maipo
P44	Til-Til	DGA	05733009	580	-33.10337	-70.93564	319578	6335908	Río Maipo
P45	Villa Alhué	DGA	06040001	195	-34.03445	-71.09439	306849	6232364	Río Rapel
P46	Batuco Retén	DMC	-	493	-33.25000	-70.81667	330964	6319847	Río Maipo
P47	La Florida	DMC	-	665	-33.55000	-70.55000	356305	6286981	Río Maipo
P48	Los Cerrillos	DMC	-	500	-33.50000	-70.70001	342286	6292307	Río Maipo
P49	Queltehues DMC	DMC	-	1365	-33.81667	-70.20000	389144	6257842	Río Maipo
P50	San Jose de Maipo DMC	DMC	-	1060	-33.65001	-70.36667	373473	6276131	Río Maipo
P51	Santiago Quinta Normal	DMC	-	530	-33.45001	-70.70001	342195	6297851	Río Maipo
P52	Santo Domingo	DMC	-	66	-33.62497	-71.62707	256500	6276650	Cost. Aconc.-Maipo
P53	Tobalaba	DMC	-	640	-33.45000	-70.56667	354590	6298046	Río Maipo
P54	Valle Hermoso	DMC	-	544	-33.28334	-70.63334	348103	6316432	Río Maipo

Nota: DGA, Dirección General de Aguas. DMC, Dirección Meteorológica de Chile.

3.1 CLASIFICACIÓN DE LAS SERIES

Las diferencias en la longitud del registro hacen pertinente dos tipos de consideraciones. En primer lugar, no pueden considerarse todos los puntos de medición de igual calidad o relevancia. Un mayor número de observaciones implica una mayor confiabilidad de los parámetros estimados a partir de las observaciones (media, varianza, correlación, etc.).

El segundo aspecto a considerar, es que los datos faltantes en cada estación no están aleatoriamente distribuidos, por lo que se produce un sesgo. Los datos faltantes se deben, en su gran mayoría, a que la estación de medición no existía en ese período. Este sesgo de las estaciones de corta duración debe ser corregido adecuadamente.

Para considerar estos aspectos y estimar adecuadamente los parámetros de las series, se separaron las series de precipitaciones mensuales en tres tipos. Se definió como series Tipo I a aquellas con igual o más de 40 años de datos. Se definió como series tipo II a aquellas con igual o más de 10 años de datos y menos de 40. Y como series Tipo III se definió a aquellas con menos de 10 años de datos (Tabla 1).

3.2 ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS PARA LA MODELACIÓN. SERIES TIPO 1.

Estas series cuentan con más de 40 años de registro, suficientes como para asumir que los siguientes parámetros: probabilidad de ocurrencia de precipitación (P_0), media (μ) y desviación estándar (σ), son respectivamente la frecuencia empírica de meses sin lluvia, la media y la desviación estándar muestral.

Tabla 3. Parámetros Finales. Series Tipo 1. Probabilidad de No Lluvia. P0.

NE	Nombre Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anu
P04	Caleu	0.91	0.98	0.70	0.38	0.07	0.02	0.02	0.05	0.19	0.53	0.67	0.84	0.00
P06	Carmen de las Rosas	0.91	0.85	0.70	0.28	0.08	0.03	0.03	0.09	0.15	0.35	0.65	0.83	0.00
P07	Cerrillos de Leyda	0.85	0.90	0.59	0.30	0.06	0.03	0.03	0.04	0.14	0.32	0.57	0.75	0.00
P10	El Yeso Embalse	0.58	0.48	0.37	0.14	0.02	0.00	0.05	0.02	0.02	0.07	0.21	0.48	0.00
P34	Rincón de Los Valles	0.96	1.00	0.69	0.41	0.04	0.04	0.04	0.06	0.13	0.51	0.70	0.87	0.00
P37	Rungue Embalse	0.93	0.93	0.71	0.36	0.04	0.05	0.02	0.07	0.24	0.43	0.63	0.81	0.00
P43	Terraza Oficinas Centrales DGA	0.83	0.83	0.57	0.17	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.22	0.46	0.70	0.00
P47	La Florida	0.79	0.80	0.62	0.22	0.03	0.04	0.03	0.03	0.08	0.17	0.41	0.77	0.00
P48	Los Cerrillos	0.81	0.78	0.62	0.21	0.04	0.00	0.00	0.00	0.08	0.17	0.58	0.67	0.00
P49	Queltehues DMC	0.71	0.76	0.59	0.27	0.03	0.01	0.03	0.01	0.11	0.14	0.41	0.62	0.00
P50	San Jose de Maipo DMC	0.69	0.70	0.52	0.22	0.01	0.00	0.03	0.00	0.07	0.22	0.41	0.69	0.00
P51	Santiago Quinta Normal	0.77	0.74	0.54	0.22	0.02	0.01	0.00	0.01	0.04	0.16	0.44	0.69	0.00
P53	Tobalaba	0.85	0.83	0.56	0.24	0.05	0.02	0.03	0.03	0.07	0.18	0.44	0.61	0.00
P54	Valle Hermoso	0.95	0.93	0.69	0.33	0.05	0.05	0.00	0.02	0.07	0.27	0.60	0.78	0.00

Tabla 4. Parámetros Finales. Series Tipo 1. Media (mm).

NE	Nombre Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anu
P04	Caleu	0.3	0.2	5.3	21.8	86.8	141.4	162.1	93.5	37.8	12.4	10.5	1.5	579.6
P06	Carmen de las Rosas	1.8	2.6	5.2	19.3	80.9	113.5	108.5	69.6	27.9	13.8	8.0	2.5	453.9
P07	Cerrillos de Leyda	2.0	1.5	5.9	19.1	75.2	103.0	99.7	65.9	27.0	13.6	6.5	2.1	419.7
P10	El Yeso Embalse	5.9	7.5	8.9	37.8	76.6	140.5	129.0	88.9	46.4	20.6	20.4	8.2	588.9
P34	Rincón de Los Valles	0.1	0.0	2.6	11.0	44.8	78.4	81.9	45.7	22.2	6.7	5.4	1.1	305.5
P37	Rungue Embalse	0.6	2.2	2.4	12.8	62.5	98.3	100.1	59.5	23.3	7.4	6.5	1.3	376.2
P43	Terraza Oficinas Centrales DGA	0.4	1.2	4.5	15.6	45.2	81.1	77.5	50.3	27.6	12.6	8.6	2.3	331.1
P47	La Florida	2.9	3.5	5.2	24.3	74.8	95.9	84.8	65.1	42.3	20.8	15.0	3.1	448.8
P48	Los Cerrillos	0.6	0.7	4.1	16.1	48.3	78.9	71.8	47.9	23.3	10.6	7.6	2.4	306.1
P49	Queltehues DMC	4.7	4.6	8.6	40.7	120.3	153.6	146.2	94.8	46.6	29.5	17.3	5.5	672.4
P50	San Jose de Maipo DMC	4.3	5.2	5.9	29.5	113.9	133.9	120.7	88.0	48.6	24.0	14.4	5.9	596.9
P51	Santiago Quinta Normal	1.2	2.0	4.6	15.3	57.4	81.8	75.8	55.3	29.3	13.7	6.9	3.8	346.7
P53	Tobalaba	0.4	1.1	5.5	19.3	64.3	80.1	76.9	62.1	34.4	17.2	7.5	4.2	373.3
P54	Valle Hermoso	0.2	0.5	2.8	12.5	44.2	65.7	67.8	43.7	19.8	10.1	6.4	1.8	270.1

Tabla 5. Parámetros Finales. Series Tipo 1. Desviación Estándar (mm).

NE	Nombre Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anu
P04	Caleu	1.2	1.3	12.5	37.9	93.5	148.5	185.5	93.9	47.3	30.4	25.0	4.6	355.9
P06	Carmen de las Rosas	7.5	11.9	13.2	25.7	66.9	87.9	91.9	64.8	33.0	18.9	14.4	6.8	184.5
P07	Cerrillos de Leyda	8.5	6.8	11.9	28.0	66.0	82.5	87.0	57.6	28.9	18.0	12.6	5.6	193.0
P10	El Yeso Embalse	12.5	12.8	11.8	42.3	66.8	169.2	145.2	103.3	49.6	20.7	30.5	17.2	359.0
P34	Rincón de Los Valles	0.7	0.0	5.8	16.8	48.7	81.1	94.9	44.7	30.2	10.6	12.4	3.6	180.4
P37	Rungue Embalse	3.5	10.9	6.3	22.2	66.2	105.4	119.4	60.0	30.4	13.4	13.8	5.0	215.5
P43	Terraza Oficinas Centrales DGA	1.6	4.7	7.7	20.3	44.1	76.9	67.6	44.6	29.5	15.3	16.3	6.3	156.7
P47	La Florida	9.4	12.5	11.1	28.8	70.3	78.2	70.3	61.3	45.5	26.0	25.0	7.9	197.2
P48	Los Cerrillos	1.8	2.7	7.4	20.9	45.4	78.1	66.8	45.9	27.8	14.3	17.5	5.4	153.6
P49	Queltehues DMC	14.6	14.1	20.0	70.9	96.0	157.9	148.1	97.8	52.2	32.3	29.8	12.0	359.7
P50	San Jose de Maipo DMC	12.9	13.5	10.3	41.8	100.0	132.0	112.1	82.9	51.0	30.3	25.1	14.6	274.0
P51	Santiago Quinta Normal	4.5	8.2	8.4	22.5	54.4	70.4	67.7	55.9	36.2	18.3	13.0	10.2	163.5
P53	Tobalaba	1.5	4.5	12.8	23.5	76.6	82.7	65.2	52.1	32.7	17.6	15.0	9.7	176.6
P54	Valle Hermoso	1.3	2.3	5.4	18.5	44.9	63.8	68.2	38.8	21.4	11.8	12.7	4.1	134.6

3.3 ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS PARA LA MODELACIÓN. SERIES TIPO 2.

Para corregir el sesgo existente en este tipo de series se hizo lo siguiente. A cada una de las 32 series Tipo 2 se le asignó una serie Tipo 1 como estación de referencia. La serie Tipo 1 que se asignó fue aquella con mayor correlación en la precipitación anual. Específicamente se escogió aquella estación que tuviera un mayor límite inferior para el intervalo de confianza de 95% para la correlación. Se tuvo ese cuidado para evitar elegir estaciones con correlaciones altas espurias producidas solamente por el bajo número de datos. Todas las

estaciones de referencia escogidas tienen un altísimo grado de correlación en la precipitación total anual, mayor al 90%.

Tabla 6. Estaciones de Referencia para Estaciones Tipo 2.

NE	Nombre Estación	Código Est. Ref.	Estación de Referencia	Distancia (km)	Correlación Prec. Anual.
P01	Angostura en Valdivia de Paine	P54	Valle Hermoso	62.8	92%
P02	Antupirén	P50	San Jose de Maipo DMC	22.0	97%
P03	Barrera Loncha	P06	Carmen de las Rosas	35.6	98%
P08	Cerro Calán	P51	Santiago Quinta Normal	16.3	97%
P09	El Vergel	P06	Carmen de las Rosas	23.3	98%
P11	Estero Puangue en Ruta 78	P07	Cerrillos de Leyda	16.5	87%
P12	Fundo Marruecos	P43	Terraza Oficinas Centrales DGA	19.4	99%
P13	Huechún Andina	P34	Rincón de Los Valles	14.7	100%
P14	Huenchún Embalse	P34	Rincón de Los Valles	15.9	99%
P15	Ibacache Alto	P06	Carmen de las Rosas	33.3	98%
P16	La Dehesa	P43	Terraza Oficinas Centrales DGA	17.5	99%
P17	La Ermita Bocatoma Central	P43	Terraza Oficinas Centrales DGA	29.1	98%
P18	La Obra Recinto Emos	P43	Terraza Oficinas Centrales DGA	23.2	98%
P19	Laguna Aculeo	P06	Carmen de las Rosas	29.0	98%
P20	Las Bateas Fundo	P34	Rincón de Los Valles	4.0	99%
P21	Las Dos Puertas Fundo	P48	Los Cerrillos	97.0	99%
P22	Las Melosas	P49	Queltehues DMC	9.5	96%
P24	Los Guindos	P06	Carmen de las Rosas	17.0	98%
P25	Los Panguiles	P51	Santiago Quinta Normal	30.3	99%
P26	Maitenes Bocatoma	P43	Terraza Oficinas Centrales DGA	37.5	96%
P27	Mallarauco	P43	Terraza Oficinas Centrales DGA	43.9	98%
P28	Melipilla	P34	Terraza Oficinas Centrales DGA	93.3	95%
P30	Pirque	P50	San Jose de Maipo DMC	20.6	97%
P33	Ramón Quebrada	P43	Terraza Oficinas Centrales DGA	11.0	98%
P38	San Alfonso	P43	Terraza Oficinas Centrales DGA	44.4	97%
P39	San Antonio (Pta. Panul)	P07	Cerrillos de Leyda	12.1	92%
P40	San Gabriel	P10	El Yeso Embalse	18.9	96%
P41	San José Retén	P50	San Jose de Maipo DMC	2.0	99%
P44	Til-Til	P37	Rungue Embalse	9.4	96%
P45	Villa Alhué	P06	Carmen de las Rosas	31.0	97%
P46	Batuco Retén	P51	Santiago Quinta Normal	24.7	94%
P52	Santo Domingo	P07	Cerrillos de Leyda	10.9	96%

Una vez definida la estación de referencia para cada estación Tipo 2, se asume que relación entre la media del período de años sin datos y la del periodo observado, es igual a la de la estación de referencia. Entonces, la expresión para corregir la media muestral en las series Tipo 2 es la siguiente. Sea T_1 el período de años con observaciones y sea T_2 el período sin observaciones. Sea μ_{T_1} y μ_{T_2} las medias de los dos períodos respectivos, y N_{T_1} y N_{T_2} el número de años de los mismos períodos. Se tiene que la media del período completo μ_T viene dado por el promedio ponderado de las media de ambos períodos.

$$\mu_T = \frac{N_{T_1}}{N_T} \mu_{T_1} + \frac{N_{T_2}}{N_T} \mu_{T_2} \quad (15)$$

En que μ_{T2} se estima asumiendo proporcionalidad con respecto a la respectiva estación de referencia.

$$\mu_{T2} = \mu_{T1} \frac{\mu_{T2}^{ref}}{\mu_{T1}^{ref}}$$

Tabla 7. Parámetros Finales. Series Tipo 2. Media.

NE	Nombre Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anu
P01	Angostura en Valdivia de Paine	0.0	1.2	2.2	12.1	68.6	104.3	128.1	65.2	39.0	6.3	14.9	4.8	446.7
P02	Antupirén	1.7	2.3	6.8	26.3	63.3	102.8	114.0	67.6	45.6	19.5	13.7	6.7	470.3
P03	Barrera Loncha	0.0	1.4	4.5	21.8	92.8	138.4	117.9	67.3	40.6	16.1	8.2	2.9	511.9
P08	Cerro Calán	1.2	1.9	5.4	20.2	56.1	101.2	99.3	64.1	39.5	19.5	10.2	4.4	423.0
P09	El Vergel	0.1	0.5	2.9	17.9	71.7	120.1	125.9	54.7	33.9	11.2	8.0	6.8	453.7
P11	Estero Puangue en Ruta 78	0.0	0.0	4.9	15.6	63.8	66.8	72.4	42.9	26.7	7.6	5.0	2.8	308.5
P12	Fundo Marruecos	0.2	0.8	3.0	13.3	51.6	86.1	72.7	43.4	22.1	12.2	7.8	1.7	314.9
P13	Huechún Andina	0.2	0.0	3.1	10.7	32.2	66.0	60.3	31.6	17.4	7.9	5.0	0.1	234.5
P14	Huenchún Embalse	0.2	0.3	2.9	9.8	37.3	68.0	68.7	34.3	19.2	6.7	7.0	0.8	255.2
P15	Ibacache Alto	0.0	0.4	3.5	15.7	73.8	112.1	110.4	63.4	37.2	12.9	4.7	0.8	434.9
P16	La Dehesa	1.2	0.5	6.8	23.2	60.8	85.8	88.4	58.3	34.7	23.9	11.8	3.9	399.3
P17	La Ermita Bocatoma Central	1.0	1.2	6.1	22.3	67.6	102.7	103.9	58.2	38.1	21.8	15.7	4.0	442.6
P18	La Obra Recinto Emos	0.8	2.4	7.1	25.9	92.3	151.2	150.1	95.8	52.6	25.9	22.6	3.0	629.7
P19	Laguna Aculeo	0.2	1.1	4.0	24.4	99.3	164.4	173.6	82.1	46.6	15.5	9.9	0.5	621.6
P20	Las Bateas Fundo	0.1	0.0	3.5	12.7	44.8	79.5	94.6	50.4	22.7	6.2	6.7	0.3	321.5
P21	Las Dos Puertas Fundo	0.1	1.8	5.7	18.2	82.5	116.8	119.0	77.7	34.9	16.6	8.4	2.6	484.3
P22	Las Melosas	5.0	3.3	10.2	56.8	124.3	183.9	168.0	95.3	58.2	33.1	19.3	6.0	763.4
P24	Los Guindos	0.0	1.4	4.0	19.0	96.9	146.2	142.8	75.8	42.5	13.9	9.9	1.6	554.0
P25	Los Panguiles	0.4	0.8	2.9	9.3	57.2	95.2	80.2	48.8	24.3	7.8	7.4	2.1	336.4
P26	Maitenes Bocatoma	1.4	1.3	5.3	22.8	72.2	105.4	89.0	61.8	31.2	15.6	12.9	2.3	421.2
P27	Mallarauco	0.0	1.0	6.0	10.9	60.3	96.2	89.1	51.4	23.1	8.7	7.9	0.4	355.0
P28	Melipilla	0.3	0.5	3.3	13.8	64.3	103.0	90.5	53.0	26.9	9.8	6.9	1.7	374.0
P30	Pirque	0.6	2.0	4.9	24.5	67.1	109.7	113.6	69.4	39.8	16.1	13.6	2.8	464.1
P33	Ramón Quebrada	0.8	0.7	4.7	17.0	53.3	91.4	88.1	53.6	35.7	18.4	12.1	2.4	378.2
P38	San Alfonso	0.6	0.3	4.4	33.6	89.5	117.0	119.6	88.3	47.8	27.8	10.5	2.8	542.2
P39	San Antonio (Pta. Panul)	0.1	0.6	4.5	21.9	68.1	98.9	93.8	55.4	32.5	12.0	8.0	2.1	397.9
P40	San Gabriel	7.7	2.8	5.7	41.5	87.8	135.3	119.4	83.3	53.9	22.0	20.3	4.4	584.1
P41	San José Retén	3.1	2.7	6.9	28.6	89.0	135.9	126.3	77.4	47.1	23.1	15.2	4.6	559.9
P44	Til-Til	0.2	3.9	4.1	27.4	62.4	70.1	102.4	37.0	22.3	6.7	2.6	0.7	339.8
P45	Villa Alhué	0.2	0.8	3.7	21.2	86.4	128.3	121.6	67.3	41.7	16.3	10.5	5.1	503.1
P46	Batuco Retén	0.6	2.8	3.4	13.1	42.8	62.0	66.4	36.0	15.5	10.6	7.2	2.0	262.4
P52	Santo Domingo	0.5	0.7	5.2	23.5	85.5	110.4	108.6	62.2	41.5	15.3	9.4	2.5	465.3

De la misma manera se corrigió la estimación de la desviación estándar de las series Tipo 2, es decir.

$$\sigma_T = \left(\frac{N_{T1}}{N_T} + \frac{N_{T2}}{N_T} \frac{\sigma_{T2}^{ref}}{\sigma_{T1}^{ref}} \right) \sigma_{T1}$$

Tabla 8. Parámetros Finales. Series Tipo 2. Desviación Estándar (mm).

NE	Nombre Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anu
P01	Angostura en Valdivia de Paine	0.0	4.7	4.6	16.7	75.0	111.4	212.0	63.3	42.8	8.7	27.0	14.7	279.9
P02	Antupirén	4.4	8.0	10.0	31.7	47.9	105.1	99.3	59.0	32.2	24.6	26.3	16.4	204.6
P03	Barrera Loncha	0.0	6.5	8.7	28.3	82.4	124.8	95.3	57.2	43.1	22.2	12.9	12.2	248.1
P08	Cerro Calán	3.2	7.7	8.4	24.4	48.5	100.1	85.7	57.4	26.9	19.5	17.9	11.1	193.9
P09	El Vergel	0.7	2.4	5.3	27.6	66.6	123.3	120.5	49.3	35.5	14.8	14.4	18.4	223.9
P11	Estero Puangue en Ruta 78	0.0	0.0	8.0	28.3	68.9	59.0	61.7	42.5	35.1	12.4	10.2	7.7	172.8
P12	Fundo Marruecos	0.7	2.3	5.6	18.1	46.0	82.2	75.6	39.7	28.6	17.5	11.5	5.6	149.8
P13	Huechún Andina	0.8	0.1	5.7	10.5	29.4	70.2	79.7	32.3	14.7	10.1	13.0	0.4	155.0
P14	Huenschún Embalse	0.7	1.9	5.9	15.3	39.3	70.2	69.1	30.7	20.0	10.5	16.3	2.4	143.3
P15	Ibacache Alto	0.2	1.9	7.1	29.8	75.0	123.0	114.8	57.8	40.8	20.0	9.3	3.4	236.2
P16	La Dehesa	3.1	1.5	11.1	30.8	54.0	86.5	76.7	53.5	26.5	22.3	19.5	11.8	193.7
P17	La Ermita Bocatoma Central	3.8	3.0	10.0	17.4	55.2	94.9	104.4	60.4	23.1	25.6	22.8	9.5	201.0
P18	La Obra Recinto Emos	2.8	9.3	11.2	30.4	83.2	156.9	133.5	94.7	49.3	32.3	39.2	10.2	332.5
P19	Laguna Aculeo	0.8	4.4	6.9	30.4	90.3	174.2	171.6	71.1	42.7	16.4	16.0	1.3	306.3
P20	Las Bateas Fundo	0.3	0.0	6.8	18.4	42.9	94.0	109.5	49.8	24.7	10.3	13.2	1.0	187.5
P21	Las Dos Puertas Fundo	0.4	5.8	11.5	18.6	72.5	101.4	138.5	72.2	36.6	24.8	12.4	6.7	165.6
P22	Las Melosas	15.4	9.2	22.4	74.7	109.1	192.4	179.0	110.3	64.3	37.5	30.8	12.7	460.4
P24	Los Guindos	0.0	6.4	6.9	22.4	77.9	138.3	123.4	67.3	41.0	19.4	15.8	6.4	255.6
P25	Los Pangüiles	1.5	3.6	6.7	14.0	58.5	93.0	75.9	46.8	29.2	9.3	14.9	6.4	165.2
P26	Maitenes Bocatoma	6.4	3.1	9.3	23.3	59.2	111.7	95.1	62.6	22.3	12.5	17.4	7.3	224.5
P27	Mallarauco	0.0	3.5	9.6	16.6	49.8	84.1	98.0	40.0	29.9	14.2	10.3	0.8	159.7
P28	Melipilla	0.9	2.5	6.8	17.0	61.5	93.7	90.1	44.6	29.8	14.3	11.5	3.8	175.4
P30	Pirque	2.1	7.2	7.2	30.1	55.3	113.0	105.0	63.9	37.7	19.7	22.0	9.2	209.0
P33	Ramón Quebrada	2.8	3.6	9.5	18.9	48.6	84.1	77.6	48.7	29.2	21.1	22.4	8.0	183.7
P38	San Alfonso	1.2	0.7	5.8	56.1	90.5	128.8	123.7	86.4	48.0	31.0	15.0	7.7	297.4
P39	San Antonio (Pta. Panul)	0.3	2.9	8.8	29.9	61.8	83.7	80.2	48.0	36.7	19.4	14.4	4.8	190.5
P40	San Gabriel	21.8	7.9	10.5	50.1	71.0	160.6	120.6	96.3	55.9	26.8	33.5	11.0	325.4
P41	San José Retén	7.7	6.9	11.8	31.6	71.2	149.8	113.4	74.2	37.1	27.6	26.4	12.9	249.2
P44	Til-Til	0.8	16.6	10.5	44.6	50.6	82.2	103.5	47.6	20.2	10.8	6.2	2.0	179.1
P45	Villa Alhué	1.2	4.0	7.6	33.2	74.3	120.6	105.8	53.3	44.3	23.6	17.3	16.2	228.9
P46	Batuco Retén	2.3	10.0	6.4	17.9	39.3	65.4	69.2	41.5	17.8	21.9	15.1	7.8	141.2
P52	Santo Domingo	1.0	3.7	9.9	33.4	77.2	93.0	98.9	55.1	44.9	25.2	14.4	7.1	204.5

En el caso de la estimación de la probabilidad de no lluvia para las series Tipo 2, la corrección se realizó de la siguiente manera. Sea Per_{mj} el período de datos del mes m y de la estación j , y sea $PerFal_{mj}$ el período faltante del mes m y de la estación j .

Sea la función $N_{mj}(Per)$ el número de años con mediciones del mes m y estación j en el período Per y sea $NO_{mj}(Per)$ el número de años secos del período Per en la estación j y mes m . y sea r_j la estación de referencia de la estación j .

Entonces la probabilidad PO_{mj} que no haya precipitación en el mes m y la estación j , en las series tipo 2, se calcula como:

$$PO_{mj} = \frac{NO_{mj}(Per_{mj}) + NO_{mr_j}(PerFal_{mj})}{N_{mj}(Per_{mj}) + N_{mr_j}(PerFal_{mj})}$$

Tabla 9. Parámetros Finales. Series Tipo 2. Probabilidad de No Lluvia. P0.

NE	Nombre Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anu
P01	Angostura en Valdivia de Paine	1.00	0.88	0.80	0.27	0.10	0.05	0.07	0.12	0.08	0.30	0.53	0.90	0.00
P02	Antupirén	0.84	0.84	0.56	0.19	0.00	0.00	0.03	0.00	0.03	0.29	0.47	0.67	0.00
P03	Barrera Loncha	1.00	0.95	0.71	0.24	0.07	0.05	0.05	0.10	0.10	0.41	0.56	0.82	0.00
P08	Cerro Calán	0.78	0.80	0.54	0.12	0.02	0.02	0.02	0.00	0.03	0.18	0.28	0.73	0.00
P09	El Vergel	0.93	0.85	0.63	0.24	0.07	0.02	0.02	0.07	0.08	0.38	0.56	0.77	0.00
P11	Estero Puangue en Ruta 78	1.00	1.00	0.65	0.28	0.10	0.03	0.03	0.13	0.15	0.41	0.50	0.74	0.00
P12	Fundo Marruecos	0.93	0.88	0.61	0.20	0.02	0.02	0.05	0.05	0.03	0.28	0.48	0.75	0.00
P13	Huechún Andina	0.93	0.95	0.68	0.34	0.03	0.03	0.05	0.08	0.13	0.49	0.66	0.86	0.00
P14	Huenchún Embalse	0.93	0.95	0.71	0.34	0.03	0.03	0.03	0.05	0.13	0.54	0.66	0.87	0.00
P15	Ibacache Alto	0.95	0.93	0.71	0.29	0.07	0.02	0.05	0.10	0.10	0.54	0.67	0.85	0.00
P16	La Dehesa	0.85	0.88	0.61	0.17	0.02	0.00	0.03	0.00	0.00	0.25	0.45	0.75	0.00
P17	La Ermita Bocatoma Central	0.85	0.78	0.59	0.17	0.02	0.00	0.02	0.02	0.00	0.28	0.40	0.70	0.00
P18	La Obra Recinto Emos	0.80	0.80	0.56	0.17	0.02	0.00	0.03	0.00	0.00	0.28	0.40	0.78	0.00
P19	Laguna Aculeo	0.95	0.90	0.70	0.24	0.07	0.02	0.02	0.12	0.11	0.35	0.55	0.87	0.00
P20	Las Bateas Fundo	0.95	0.98	0.65	0.37	0.03	0.08	0.05	0.05	0.15	0.55	0.66	0.89	0.00
P21	Las Dos Puertas Fundo	0.95	0.83	0.68	0.12	0.02	0.00	0.02	0.00	0.13	0.23	0.53	0.78	0.00
P22	Las Melosas	0.74	0.74	0.52	0.17	0.05	0.02	0.07	0.07	0.09	0.09	0.37	0.49	0.00
P24	Los Guindos	1.00	0.95	0.73	0.24	0.07	0.02	0.05	0.10	0.08	0.46	0.62	0.90	0.00
P25	Los Panguiles	0.88	0.88	0.66	0.22	0.02	0.00	0.00	0.02	0.00	0.20	0.43	0.70	0.00
P26	Maitenes Bocatoma	0.85	0.83	0.56	0.15	0.02	0.00	0.03	0.00	0.00	0.25	0.40	0.73	0.00
P27	Mallarauco	1.00	0.85	0.68	0.22	0.02	0.00	0.00	0.05	0.03	0.30	0.48	0.78	0.00
P28	Melipilla	0.90	0.88	0.68	0.20	0.05	0.03	0.03	0.05	0.15	0.31	0.49	0.74	0.00
P30	Pirque	0.85	0.77	0.59	0.17	0.00	0.00	0.06	0.03	0.03	0.22	0.40	0.71	0.00
P33	Ramón Quebrada	0.85	0.85	0.68	0.17	0.02	0.02	0.02	0.02	0.00	0.30	0.38	0.78	0.00
P38	San Alfonso	0.81	0.81	0.53	0.21	0.07	0.02	0.02	0.00	0.02	0.23	0.48	0.73	0.00
P39	San Antonio (Pta. Panul)	0.87	0.85	0.63	0.13	0.05	0.03	0.08	0.05	0.13	0.38	0.47	0.71	0.00
P40	San Gabriel	0.78	0.71	0.58	0.15	0.05	0.03	0.05	0.08	0.05	0.08	0.32	0.67	0.00
P41	San José Retén	0.77	0.77	0.54	0.14	0.00	0.00	0.03	0.06	0.06	0.26	0.40	0.69	0.00
P44	Til-Til	0.90	0.92	0.69	0.29	0.03	0.03	0.05	0.08	0.18	0.43	0.65	0.84	0.00
P45	Villa Alhué	0.98	0.93	0.71	0.24	0.07	0.02	0.07	0.07	0.13	0.44	0.56	0.79	0.00
P46	Batuco Retén	0.85	0.79	0.61	0.25	0.02	0.07	0.07	0.02	0.13	0.31	0.46	0.72	0.00
P52	Santo Domingo	0.75	0.78	0.45	0.13	0.03	0.03	0.03	0.05	0.10	0.23	0.35	0.63	0.00

Para verificar el grado de corrección que se realizó a las estaciones tipo 2, se presenta la siguiente tabla (Tabla 10). En ella se muestra el promedio de precipitación anual medida y la precipitación media anual corregida. Se aprecia que en general estas correcciones son menores al 10%. La escasez de datos explica aquellas correcciones mayores, sobretodo si en los datos faltantes están aquellos años muy lluviosos o muy secos. En el caso de la precipitación anual es mayor la cantidad de años faltantes, ya que basta con que falte la medición de un mes dentro del año, para que falte la precipitación total de ese año.

Tabla 10. Corrección Final en la Precipitación Total Anual. Series Tipo 2.

NE	Nombre Estación	Nº de años información completa	Precipitación Anual Medida. Promedio (mm)	Precipitación Anual Corregida (mm)	Diferencia (mm)	Corrección %
P01	Angostura en Valdivia de Paine	17	399.5	446.7	47.2	12%
P02	Antupirén	25	474.6	470.3	-4.3	-1%
P03	Barrera Loncha	16	477.2	511.9	34.7	7%
P08	Cerro Calán	29	447.7	423.0	-24.7	-6%
P09	El Vergel	14	451.9	453.7	1.8	0%

P11	Estero Puangue en Ruta 78	16	292.1	308.5	16.4	6%
P12	Fundo Marruecos	14	344.1	314.9	-29.2	-8%
P13	Huechún Andina	8	253.5	234.5	-19.0	-7%
P14	Huenchún Embalse	16	262.5	255.2	-7.3	-3%
P15	Ibacache Alto	17	423.9	434.9	11.0	3%
P16	La Dehesa	10	480.6	399.3	-81.3	-17%
P17	La Ermita Bocatoma Central	13	448.2	442.6	-5.6	-1%
P18	La Obra Recinto Emos	10	758.4	629.7	-128.7	-17%
P19	Laguna Aculeo	11	598.2	621.6	23.4	4%
P20	Las Bateas Fundo	15	330.9	321.5	-9.4	-3%
P21	Las Dos Puertas Fundo	13	494.5	484.3	-10.2	-2%
P22	Las Melosas	31	749.4	763.4	14.0	2%
P24	Los Guindos	16	542.3	554.0	11.7	2%
P25	Los Panguiles	25	365.9	336.4	-29.5	-8%
P26	Maitenes Bocatoma	11	473.1	421.2	-51.9	-11%
P27	Mallarauco	13	369.3	355.0	-14.3	-4%
P28	Melipilla	31	402.7	374.0	-28.7	-7%
P30	Pirque	31	480.6	464.1	-16.5	-3%
P33	Ramón Quebrada	21	399.8	378.2	-21.6	-5%
P38	San Alfonso	10	512.1	542.2	30.1	6%
P39	San Antonio (Pta. Panul)	25	477.0	397.9	-79.1	-17%
P40	San Gabriel	26	681.4	584.1	-97.3	-14%
P41	San José Retén	29	579.9	559.9	-20.0	-3%
P44	Til-Til	19	307.8	339.8	32.0	10%
P45	Villa Alhué	25	529.0	503.1	-25.9	-5%
P46	Batuco Retén	26	280.9	262.4	-18.5	-7%
P52	Santo Domingo	17	405.1	465.3	60.2	15%

3.4 ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS PARA LA MODELACIÓN. SERIES TIPO 3.

En el caso de las series Tipo 3, que tienen menos de 10 datos, se requiere otro tipo de procedimiento para estimar sus parámetros. No puede estimarse los parámetros a partir de sus propias observaciones, debido a que la poca cantidad de mediciones hacen poco confiable esa estimación. Por lo que en este caso se estimaron los parámetros utilizando las características de todas las estaciones de la cuenca, y buscando una relación entre las características geográficas de las estaciones y el valor de los siguientes parámetros: media, desviación estándar y probabilidad de no ocurrencia de lluvia de cada mes.

Para ello, en primer lugar se realizó una regresión lineal para cada uno de los tres parámetros y para los 12 meses. Se utilizó como variable explicativa la altura sobre el nivel del mar, la latitud y la longitud de cada estación y también el cuadrado de estas mismas variables geográficas. Se incorporaron las variables explicativas al cuadrado con el objeto de capturar aquellas relaciones no lineales entre las variables explicativas y las variables explicadas. Los coeficientes de la regresión fueron calculados mediante el método de los mínimos cuadrados ponderados por el número de datos de cada serie. Se utilizó la información de todas las series para la calibración (incluyendo las mismas series tipo 3), pero el peso de cada una en la regresión fue proporcional al largo de su registro.

La siguiente ecuación muestra la regresión ajustada. En que y es una variable cualquiera. Se calibran 7 coeficientes Beta.

$$y = \beta_0 + \beta_1 H + \beta_2 \left(\frac{Lat}{1000} - 6300 \right) + \beta_3 \left(\frac{Lon}{1000} - 300 \right) + \beta_4 H^2 + \beta_5 \left(\frac{Lat}{1000} - 6300 \right)^2 + \beta_6 \left(\frac{Lon}{1000} - 300 \right)^2$$

H : En metros sobre el nivel del mar.

Lat : En coordenadas UTM. UTM Norte de Santiago ≈ 6300000 .

Lon : En coordenadas UTM. UTM Este de Santiago ≈ 340000

La Tabla 11, Tabla 12 y Tabla 13 muestran los respectivos coeficientes de la regresión para la probabilidad de no lluvia, media y desviación estándar. También se muestra, como medida de ajuste, el coeficiente de correlación entre los parámetros estimados de esta manera y los parámetros empíricos (tomados en bruto a partir de los datos observados.). Se aprecia que en general exista una fuerte dependencia de estos parámetros con las tres variables explicativas (altura, latitud y longitud).

Tabla 11. Parámetros y Correlación de la Regresión Para la Probabilidad de No Lluvia.

Mes	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	correlación
Enero	0.893	$-8.99 \cdot 10^{-5}$	$5.27 \cdot 10^{-4}$	$3.36 \cdot 10^{-4}$	$7.80 \cdot 10^{-9}$	$3.48 \cdot 10^{-5}$	$-1.78 \cdot 10^{-5}$	71%
Febrero	0.816	$1.00 \cdot 10^{-4}$	$9.92 \cdot 10^{-4}$	$-8.16 \cdot 10^{-4}$	$-7.26 \cdot 10^{-8}$	$3.69 \cdot 10^{-5}$	$-4.79 \cdot 10^{-6}$	53%
Marzo	0.584	$8.81 \cdot 10^{-5}$	$-1.66 \cdot 10^{-4}$	$2.22 \cdot 10^{-4}$	$-3.79 \cdot 10^{-8}$	$2.19 \cdot 10^{-5}$	$-2.25 \cdot 10^{-5}$	40%
Abril	0.175	$2.11 \cdot 10^{-4}$	$5.91 \cdot 10^{-4}$	$-7.29 \cdot 10^{-4}$	$-5.22 \cdot 10^{-8}$	$9.60 \cdot 10^{-6}$	$-1.38 \cdot 10^{-5}$	27%
Mayo	0.024	$5.69 \cdot 10^{-5}$	$-4.38 \cdot 10^{-4}$	$-2.80 \cdot 10^{-4}$	$-1.02 \cdot 10^{-8}$	$2.71 \cdot 10^{-7}$	$-6.03 \cdot 10^{-6}$	21%
Junio	0.037	$-7.33 \cdot 10^{-5}$	$4.92 \cdot 10^{-4}$	$2.28 \cdot 10^{-4}$	$1.27 \cdot 10^{-8}$	$1.38 \cdot 10^{-5}$	$4.41 \cdot 10^{-6}$	43%
Julio	0.018	$3.33 \cdot 10^{-5}$	$-1.05 \cdot 10^{-4}$	$-2.75 \cdot 10^{-4}$	$-7.80 \cdot 10^{-9}$	$4.52 \cdot 10^{-6}$	$1.26 \cdot 10^{-6}$	19%
Agosto	0.062	$-6.66 \cdot 10^{-5}$	$2.08 \cdot 10^{-4}$	$1.70 \cdot 10^{-4}$	$2.44 \cdot 10^{-8}$	$1.27 \cdot 10^{-5}$	$-3.26 \cdot 10^{-6}$	35%
Septiembre	0.050	$1.49 \cdot 10^{-4}$	$3.73 \cdot 10^{-4}$	$-1.39 \cdot 10^{-3}$	$-4.01 \cdot 10^{-8}$	$1.45 \cdot 10^{-5}$	$-1.23 \cdot 10^{-7}$	51%
Octubre	0.248	$2.52 \cdot 10^{-4}$	$1.42 \cdot 10^{-3}$	$-1.99 \cdot 10^{-3}$	$-5.81 \cdot 10^{-8}$	$2.74 \cdot 10^{-5}$	$-2.30 \cdot 10^{-5}$	70%
Noviembre	0.515	$9.21 \cdot 10^{-5}$	$1.15 \cdot 10^{-3}$	$-7.21 \cdot 10^{-4}$	$-3.48 \cdot 10^{-8}$	$3.38 \cdot 10^{-5}$	$-2.21 \cdot 10^{-5}$	55%
Diciembre	0.744	$9.90 \cdot 10^{-5}$	$5.01 \cdot 10^{-4}$	$-2.73 \cdot 10^{-5}$	$-4.24 \cdot 10^{-8}$	$1.69 \cdot 10^{-5}$	$-2.76 \cdot 10^{-5}$	67%
Anual	0.000	$6.59 \cdot 10^{-6}$	$-6.66 \cdot 10^{-5}$	$1.20 \cdot 10^{-5}$	$-7.27 \cdot 10^{-10}$	$-8.14 \cdot 10^{-7}$	$-1.42 \cdot 10^{-6}$	22%

Tabla 12. Parámetros y Correlación de la Regresión Para la Media.

Mes	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	correlación
Enero	-0.4	0.00234	-0.0186	-0.00735	$-3.14 \cdot 10^{-7}$	$-1.34 \cdot 10^{-4}$	$2.90 \cdot 10^{-4}$	83%
Febrero	1.3	-0.000638	-0.0132	0.0106	$8.98 \cdot 10^{-7}$	$-1.30 \cdot 10^{-4}$	$7.06 \cdot 10^{-5}$	64%
Marzo	2.7	0.00627	-0.0341	-0.0315	$-1.51 \cdot 10^{-6}$	$-3.79 \cdot 10^{-4}$	$2.42 \cdot 10^{-4}$	50%
Abril	4.7	0.0312	-0.191	-0.138	$-8.63 \cdot 10^{-6}$	$7.40 \cdot 10^{-4}$	$1.80 \cdot 10^{-3}$	74%
Mayo	25.6	0.113	-0.665	-0.562	$-3.33 \cdot 10^{-5}$	$2.70 \cdot 10^{-3}$	$1.47 \cdot 10^{-3}$	71%
Junio	41.7	0.170	-0.985	-0.691	$-3.95 \cdot 10^{-5}$	$1.69 \cdot 10^{-3}$	$-3.46 \cdot 10^{-3}$	73%
Julio	26.4	0.207	-0.915	-0.855	$-4.89 \cdot 10^{-5}$	$7.75 \cdot 10^{-4}$	$-4.79 \cdot 10^{-3}$	78%
Agosto	24.8	0.120	-0.623	-0.434	$-2.85 \cdot 10^{-5}$	$-1.50 \cdot 10^{-3}$	$-3.14 \cdot 10^{-3}$	77%
Septiembre	13.3	0.0521	-0.327	-0.173	$-1.52 \cdot 10^{-5}$	$-5.08 \cdot 10^{-4}$	$4.15 \cdot 10^{-4}$	69%

Octubre	2.1	0.0276	-0.151	-0.0804	$-9.33 \cdot 10^{-6}$	$-7.87 \cdot 10^{-4}$	$1.24 \cdot 10^{-3}$	77%
Noviembre	1.3	0.0162	-0.0959	-0.0355	$-3.88 \cdot 10^{-6}$	$-2.91 \cdot 10^{-4}$	$4.11 \cdot 10^{-4}$	64%
Diciembre	1.4	0.00159	-0.0274	0.00692	$4.55 \cdot 10^{-8}$	$-2.19 \cdot 10^{-4}$	$1.14 \cdot 10^{-4}$	66%
Anual	-0.4	0.00234	-0.0186	-0.00735	$-3.14 \cdot 10^{-7}$	$-1.34 \cdot 10^{-4}$	$2.90 \cdot 10^{-4}$	83%

Tabla 13. Parámetros y Correlación de la Regresión Para la Desviación Estándar.

Mes	β_0	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6	correlación
Enero	140.9	0.767	-4.11	-2.87	$-1.94 \cdot 10^{-4}$	$1.86 \cdot 10^{-3}$	$-7.98 \cdot 10^{-3}$	82%
Febrero	-1.2	0.00945	-0.0587	-0.0375	$-2.75 \cdot 10^{-6}$	$-2.81 \cdot 10^{-4}$	$1.00 \cdot 10^{-3}$	73%
Marzo	5.3	-0.0000489	-0.0361	0.0244	$4.44 \cdot 10^{-7}$	$-2.29 \cdot 10^{-4}$	$1.26 \cdot 10^{-4}$	32%
Abril	4.2	0.0139	-0.0681	-0.0764	$-4.04 \cdot 10^{-6}$	$-2.33 \cdot 10^{-4}$	$4.79 \cdot 10^{-4}$	54%
Mayo	1.4	0.0565	-0.250	-0.274	$-1.70 \cdot 10^{-5}$	$1.70 \cdot 10^{-3}$	$2.75 \cdot 10^{-3}$	71%
Junio	26.3	0.106	-0.515	-0.482	$-2.98 \cdot 10^{-5}$	$1.55 \cdot 10^{-3}$	$-3.63 \cdot 10^{-4}$	71%
Julio	34.8	0.152	-0.808	-0.510	$-3.12 \cdot 10^{-5}$	$5.90 \cdot 10^{-3}$	$-2.24 \cdot 10^{-3}$	68%
Agosto	12.7	0.219	-0.668	-0.963	$-4.68 \cdot 10^{-5}$	$3.74 \cdot 10^{-3}$	$-3.85 \cdot 10^{-3}$	76%
Septiembre	16.7	0.119	-0.510	-0.418	$-2.55 \cdot 10^{-5}$	$-1.38 \cdot 10^{-3}$	$-1.94 \cdot 10^{-3}$	82%
Octubre	17.6	0.0486	-0.327	-0.175	$-1.18 \cdot 10^{-5}$	$4.56 \cdot 10^{-4}$	$-7.47 \cdot 10^{-4}$	63%
Noviembre	2.6	0.0510	-0.216	-0.192	$-1.49 \cdot 10^{-5}$	$-1.51 \cdot 10^{-3}$	$-1.97 \cdot 10^{-4}$	73%
Diciembre	2.4	0.0357	-0.157	-0.0794	$-9.19 \cdot 10^{-6}$	$-7.57 \cdot 10^{-4}$	$2.27 \cdot 10^{-5}$	72%
Anual	4.5	0.00450	-0.0732	0.0256	$-3.96 \cdot 10^{-7}$	$-4.40 \cdot 10^{-4}$	$-1.00 \cdot 10^{-4}$	53%

La siguiente figura (Figura 1) muestra, a modo de ejemplo, la Probabilidad de No Lluvia observada y estimada por la regresión, para los meses de enero y julio. El resto de los meses se muestran en el Anexo 7. El mes de julio tiene una baja correlación entre valores observados y estimados para la Probabilidad de No Lluvia (19%, Tabla 11), sin embargo no es el único indicador de la calidad de la estimación, ya que en la figura se aprecia que la falta de correlación se debe a que la estimación es muy similar para todas las estaciones (Probabilidad de No Lluvia Estimada en torno al 5%), con una diferencia pequeña con frecuencia observada de No Lluvia.

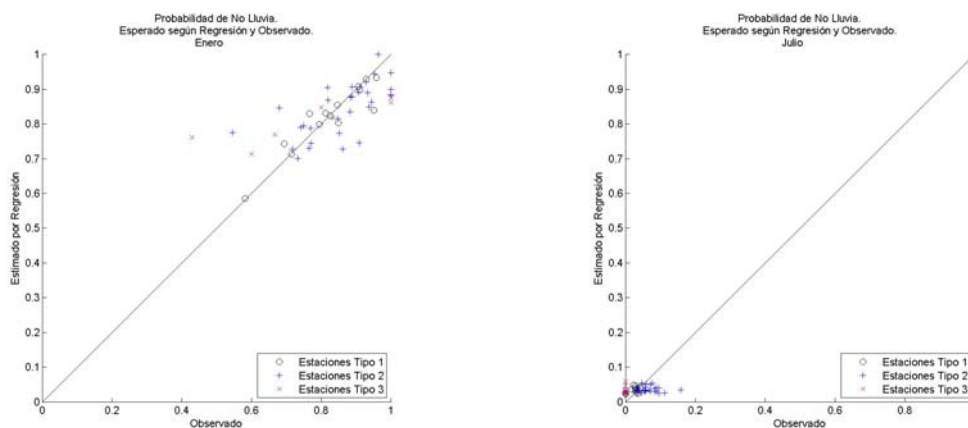


Figura 1. Probabilidad de No Lluvia, Observada y Estimada por Regresión. Meses de Enero y Julio.

La Figura 2 y Figura 3 muestran respectivamente la media y desviación estándar observada y estimada mediante la regresión, para los meses de enero y julio. El resto de los meses se muestran en el Anexo 1. Se aprecia que el mes de enero muestra una gran dispersión entre parámetros observados y estimados, pero con un grado de correlación alta y errores pequeños en términos absolutos (menores a 1 mm). En julio se aprecia claramente como las Estaciones Tipo 1 (círculos) se ubican en torno a la línea de la igualdad ($y=x$), ya que esas estaciones tienen un peso mayor en el ajuste de la regresión. Las estaciones Tipo 2 (cruces) y Tipo 3 (x's), por otra parte, muestran una mayor dispersión debido, justamente, a que los parámetros medidos son menos confiables dado el menor número de observaciones.

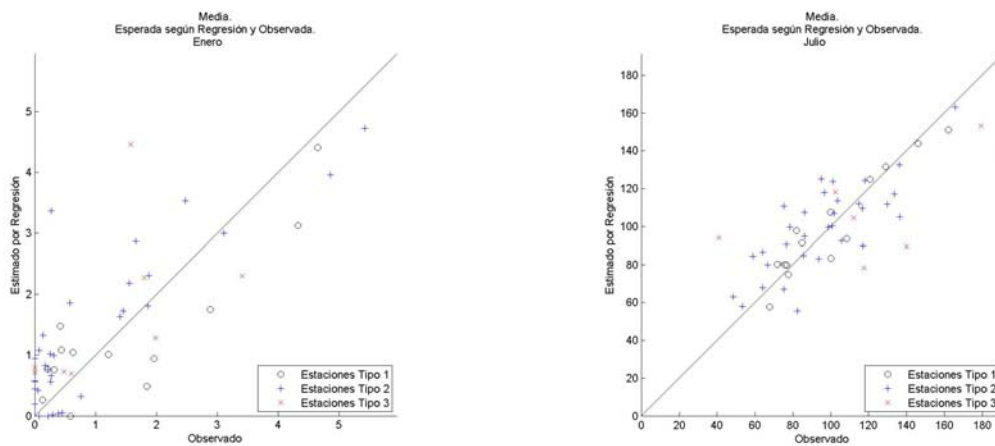


Figura 2. Media, Observada y Estimada por Regresión. Meses de Enero y Julio.

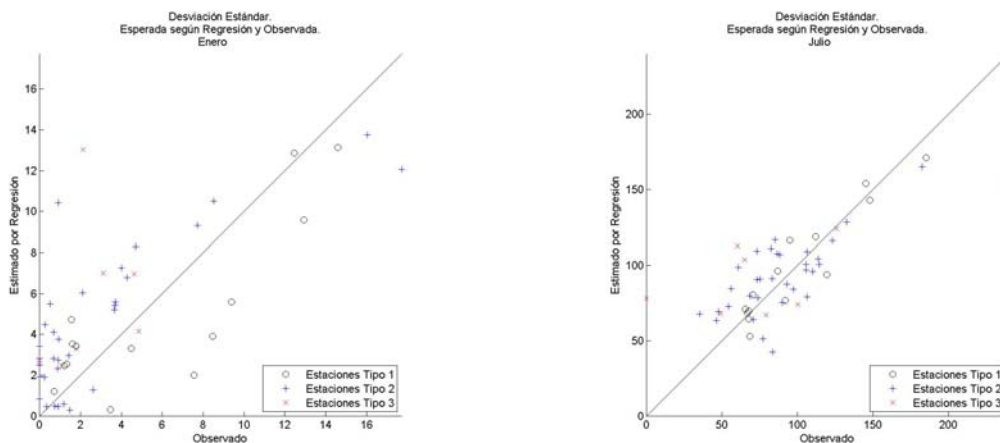


Figura 3. Desviación Estándar, Observada y Estimada por Regresión. Meses de Enero y Julio.

Mediante este procedimiento de regresión espacial con todas las estaciones de la cuenca, se estimaron los parámetros de las precipitaciones en las series Tipo 3. Los parámetros finales que utilizarán en el relleno estadístico y en la generación de series sintéticas se presentan a continuación. En la Tabla 14 se presentan la Probabilidad de No Lluvia, en la Tabla 15 la media estimada para estas estaciones y en la Tabla 16 la desviación estándar.

Tabla 14. Parámetros Finales. Series Tipo 3. Probabilidad de No Lluvia. P0.

NE	Nombre Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anu
P05	Campus San Joaquín U.C.	0.82	0.79	0.58	0.20	0.03	0.02	0.02	0.03	0.05	0.21	0.46	0.71	0.00
P23	Loncha	1.00	0.97	0.74	0.22	0.07	0.07	0.06	0.11	0.13	0.34	0.64	0.82	0.00
P29	Peñaflor	0.86	0.81	0.61	0.21	0.04	0.02	0.03	0.04	0.06	0.24	0.50	0.75	0.00
P31	Quebrada de Macul	0.77	0.77	0.57	0.23	0.03	0.00	0.03	0.02	0.07	0.23	0.44	0.70	0.00
P32	Queltehues	0.71	0.73	0.53	0.19	0.03	0.01	0.05	0.02	0.07	0.13	0.36	0.59	0.00
P35	Río Mapocho en Los Almendros	0.76	0.78	0.55	0.23	0.02	0.01	0.03	0.02	0.07	0.23	0.44	0.68	0.00
P36	Río Mapocho Rinconada de Maipú	0.85	0.81	0.60	0.21	0.04	0.02	0.02	0.04	0.06	0.25	0.50	0.75	0.00
P42	Talagante	0.88	0.82	0.62	0.21	0.05	0.02	0.03	0.05	0.07	0.25	0.51	0.76	0.00

Tabla 15. Parámetros Finales. Series Tipo 3. Media.

NE	Nombre Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anu
P05	Campus San Joaquín U.C.	1.3	2.0	4.9	18.3	58.6	87.9	78.2	57.7	32.2	14.6	9.0	3.1	372.4
P23	Loncha	0.7	1.5	4.1	29.2	111.8	157.3	137.4	85.1	44.7	14.0	10.0	2.6	603.1
P29	Peñaflor	0.8	1.8	4.7	17.1	64.3	99.8	89.4	63.9	32.9	12.7	8.0	2.8	403.0
P31	Quebrada de Macul	2.3	2.5	6.5	26.2	80.2	122.0	118.2	81.1	42.7	20.6	13.2	4.0	526.5
P32	Queltehues	4.5	4.1	8.5	43.0	115.2	163.8	153.2	101.3	57.9	30.0	20.2	6.1	711.4
P35	Río Mapocho en Los Almendros	2.3	2.5	6.2	25.0	71.7	107.7	104.4	71.9	38.8	19.6	12.6	3.8	471.8
P36	Río Mapocho Rinconada de Maipú	0.7	1.7	4.5	15.3	56.5	89.0	80.6	58.5	30.0	11.9	7.4	2.6	363.3
P42	Talagante	0.7	1.7	4.6	17.5	67.8	104.8	94.0	66.3	33.7	12.5	8.0	2.7	418.8

Tabla 16. Parámetros Finales. Series Tipo 3. Desviación Estándar (mm) .

NE	Nombre Estación	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Anu
P05	Campus San Joaquín U.C.	4.2	7.2	8.5	22.5	54.9	84.4	67.0	52.5	32.7	17.7	16.5	8.4	172.4
P23	Loncha	3.3	6.9	10.4	40.3	93.2	159.5	124.2	68.9	54.1	19.1	16.6	8.6	276.4
P29	Peñaflor	2.7	6.8	8.4	20.7	59.9	91.3	74.1	54.5	35.9	18.0	15.2	8.1	182.7
P31	Quebrada de Macul	7.0	7.8	11.4	35.2	74.4	119.2	112.8	78.4	42.6	27.0	24.5	10.1	263.1
P32	Queltehues	13.0	10.4	15.3	58.4	97.6	173.0	153.6	102.9	57.1	33.4	33.3	14.0	363.6
P35	Río Mapocho en Los Almendros	7.0	7.6	10.8	33.6	67.3	109.4	103.8	72.1	38.1	24.2	23.0	9.4	242.0
P36	Río Mapocho Rinconada de Maipú	2.5	6.5	7.9	18.3	54.4	81.6	68.0	50.9	32.3	16.8	14.4	7.5	167.3
P42	Talagante	2.6	6.7	8.6	21.4	62.6	95.4	78.0	55.8	37.4	18.3	15.1	8.0	189.2

La definición de los parámetros estadísticos definitivos para todas las estaciones tiene por objeto integrar y compatibilizar toda la información de precipitaciones de la cuenca, de modo de poder aplicar un modelo probabilístico multivariado de precipitaciones.

IV ESTIMACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO MULTIVARIADO PARA LAS PRECIPITACIONES MENSUALES EN LA CUENCA DEL MAIPO.

4.1 MODELACIÓN PUNTUAL Y NORMALIZACIÓN DE LA ESTADÍSTICA DE PRECIPITACIONES MENSUALES

Luego de explorar distintas distribuciones, se seleccionó la distribución Gamma para la modelación de la lluvia mensual dado que llueve. Entonces, la distribución final de probabilidades tiene la siguiente forma:

$$p(x) = \begin{cases} P_0 & x = 0 \\ \frac{(1 - P_0)x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\theta}}}{\theta^\alpha \Gamma(\alpha)} & x > 0 \end{cases}$$

Los parámetros α y θ se estimaron por el método de los momentos a partir de los parámetros estadísticos determinados para todas las estaciones y todos los meses, corregidos según la cantidad de registros y el tipo de la serie (Tipo 1, 2 o 3). Estos parámetros fueron: Probabilidad de No Lluvia (P_0), Media (μ) y Desviación Estándar (σ). Los estimadores de α y θ se calculan como:

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{(1 - P_0)C_v^2 - P_0}$$

$$\hat{\theta} = \mu \frac{(1 - P_0)C_v^2 - P_0}{1 - P_0}$$

En que C_v es el coeficiente de variación:

$$C_v = \frac{\sigma}{\mu}$$

La Figura 2 y Figura 3 muestra, para el caso de la Estación Quinta Normal y Queltehue, la distribución de probabilidades finalmente utilizada para algunos meses con los parámetros corregidos. Queltehue corresponde a una estación del tipo 3.

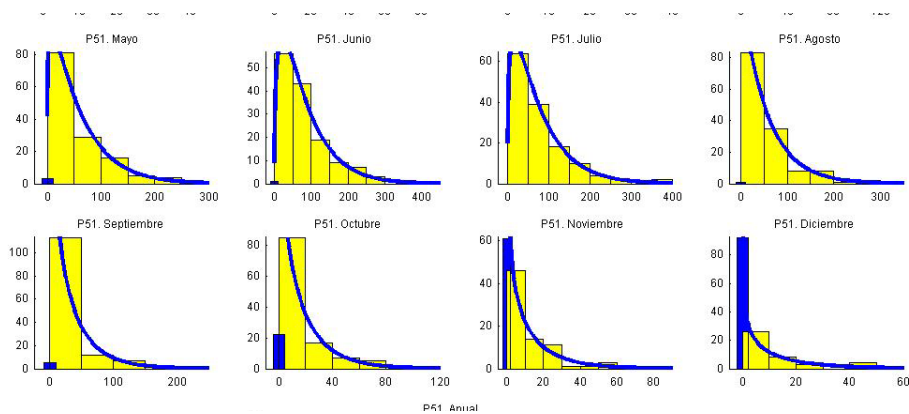


Figura 2. Ajuste en Quinta Normal

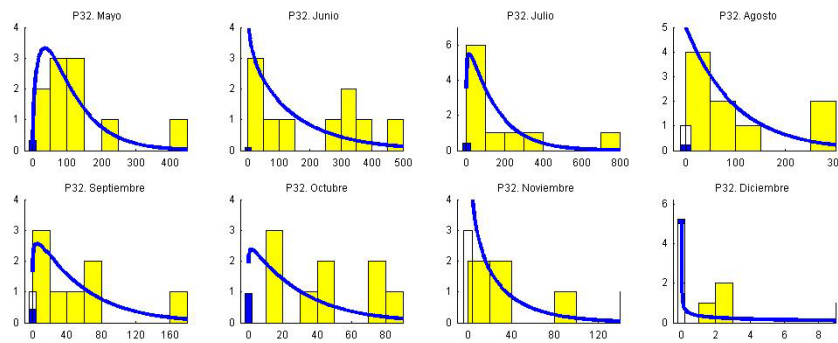


Figura 3. Ajuste en Queltehue

Los parámetros finales se presentan en el Anexo 2. Se incluyen media, varianza y probabilidad de no lluvia de cada punto, además de los parámetros de las distribución gamma ajustada a casa caso y en cada mes. Las distribuciones finales se muestran en el Anexo 3.

4.2 ESTIMACIÓN DE LAS MATRICES DE CORRELACIONES PARA EL MODELO MULTIVARIADO.

Una vez obtenidas las variables normalizadas y estandarizadas de cada estación y cada mes según su distribución de probabilidades asignada, queda para completar la modelación multivariada estimar la matriz de correlaciones de las variables. En primer lugar se procedió a calcular las matrices de correlación empírica de las variables normalizadas para cada mes y también para las series anuales. La matriz de correlaciones empírica anual se presenta gráficamente en la Figura 4 (A). Se puede apreciar el altísimo grado de correlación entre las precipitaciones de las distintas estaciones, salvo en aquellas donde no hay suficiente

información en que se aprecian franjas de correlación no estimada, pues no hay un periodo común de registro.

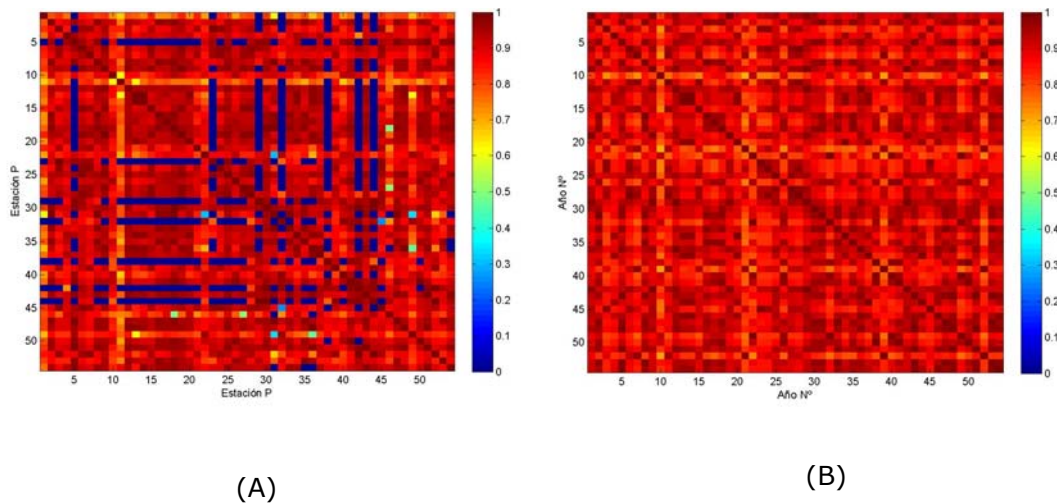


Figura 4. Matriz de Correlación de las Precipitaciones Anuales entre las Distintas Series. (A) empírica, (B) corregida final.

Dado que la matriz de correlaciones relaciona todas las variables, debe cumplir con un requisito de consistencia entre las distintas correlaciones. Se puede verificar matemáticamente si una matriz de correlaciones es consistente, pues debe cumplir con el requisito de ser Positivo-Definida, esto es, que todos los valores propios de la matriz sean positivos.

En general, la matriz de correlaciones empírica no es el mejor estimador de las correlaciones subyacentes de las variables. Más aún, en muchos casos ni siquiera entrega una solución factible, porque no necesariamente cumple con el requisito de ser Positivo-Definida. En general si se tienen series de distinto largo, la matriz de correlación no cumplirá con éste requisito.

Como es de esperarse, las matrices de correlaciones empíricas para los 12 meses y la matriz de correlaciones de la precipitación anual, tanto de las precipitaciones mismas, como de los respectivos valores normalizados y estandarizados, no son Positivo-Definida. Es decir, no son propiamente una matriz de correlación.

Para estimar coeficientes de correlación consistentes entre los distintos pares de estaciones utilizando los datos observados, se construyó un modelo de regresión que relaciona el grado de correlación entre dos estaciones con sus diferencias de latitud, longitud y altura.

Esta regresión relaciona el grado de correlación entre dos estaciones con sus diferencias de latitud, longitud y altura. La regresión es la siguiente:

$$\rho = 1 - \beta_{altura}|\Delta H| - \beta_{latitud}|\Delta Lat| - \beta_{longitud}|\Delta Lon|$$

En que:

ρ : Coeficiente de Correlación entre las precipitaciones de dos estaciones.

$|\Delta H|$: Valor absoluto de la diferencia de altitud entre las dos estaciones (en metros).

$|\Delta Lat|$: Valor absoluto de la diferencia de latitud entre las dos estaciones (en km, $\Delta UTM/1000$).

$|\Delta Lon|$: Valor absoluto de la diferencia de longitud entre las dos estaciones (en km, $\Delta UTM/1000$).

Tabla 17. Parámetros de la Regresión para la Coef. de Correlación.

Mes	β_{altura}	$\beta_{latitud}$	$\beta_{longitud}$
Enero	0.0000772	0.002108	0.00282
Febrero	0.0000233	0.001190	0.00234
Marzo	0.0000886	0.000716	0.00134
Abril	0.0000113	0.002092	0.00303
Mayo	0.0000832	0.001201	0.00089
Junio	0.0000524	0.001291	0.00109
Julio	0.0000392	0.000881	0.00149
Agosto	0.0000203	0.001035	0.00159
Septiembre	0.0000783	0.001955	0.00174
Octubre	0.0001045	0.001165	0.00231
Noviembre	0.0000787	0.000948	0.00190
Diciembre	0.0000688	0.003212	0.00325
Anual	0.0000379	0.000875	0.00136

En esta regresión se tiene una gran cantidad de datos para la calibración, ya que se tienen tantos como pares de estaciones, es decir pueden llegar a ser 54x53/2 puntos. La determinación de los coeficientes beta de la regresión se realiza también mediante el método de los mínimos cuadrados ponderados por el número de datos en común entre los pares de series.

De esta forma se logra suavizar las matrices de correlación y obtener la coherencia que debe existir entre todas las correlaciones, corrigiendo las correlaciones divergentes que son típicamente aquellas que utilizan pocos años de datos para el cálculo. En la Figura 4 (B) se muestra la matriz de correlaciones anuales estimada.

Para verificar el grado que los nuevos coeficientes de correlación estimados por la regresión difieren de los coeficientes de correlación medidos, se realizó un Test Estadístico. Este Test verifica si el Coeficiente de Correlación efectivamente esta dentro del Intervalo de Confianza 95% del Coeficiente de Correlación Final, estimado por la Regresión.

La determinación de un intervalo de confianza para la correlación depende de el número de datos (N) y el nivel de significancia α (en este caso α se fijó en 5%) y se determina de la siguiente manera.

Se determinan los cuantiles 2.5% y 97.5% de la distribución normal estandarizada (Z_{inf} y Z_{sup}) que determinan en intervalo de confianza.

$$z_{inf} = \Phi^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$z_{sup} = \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

Siendo ρ el Coeficiente de Correlación se define la variable u .

$$u = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+\rho}{1-\rho}\right)$$

Esta variable u tiene distribución normal con media u y desviación estándar σ_u dada por:

$$\sigma_u = \frac{1}{\sqrt{N-3}}$$

Por lo tanto el intervalo de confianza para u (u_{inf} , u_{sup}), viene dado por:

$$u_{inf} = u + \sigma_u z_{inf}$$

$$u_{sup} = u + \sigma_u z_{sup}$$

Resolviendo el intervalo de confianza para ρ (ρ_{inf} , ρ_{sup}), viene dado por la función tangente hiperbólico ($\tanh(\cdot)$) de u :

$$\rho_{inf} = \tanh(u_{inf})$$

$$\rho_{sup} = \tanh(u_{sup})$$

Se verificó para de todos los coeficientes de correlaciones determinados por la regresión, si es que los coeficientes de correlación observados caían o no en su intervalo de confianza. La Tabla 18 muestra un resumen por mes. Se muestra la fracción de las correlaciones que aprobaron el test. En torno al 60-70% de los casos la correlación observada está dentro del intervalo de confianza de la correlación estimada por la regresión. Este resultado indica que la regresión con las variables geográficas utilizada no logra captar completamente toda la estructura de espacial de las correlaciones (en ese caso la fracción de aprobación debiera estar en torno al 95%), pero puede ser considerada una buena aproximación.

Tabla 18. Fracción de Aprobación del Test para los Coeficientes de Correlación Utilizados.

Mes	Fracción de Aprobación del Test
Enero	56%
Febrero	59%
Marzo	72%
Abril	73%
Mayo	74%
Junio	65%
Julio	72%
Agosto	73%
Septiembre	71%
Octubre	75%
Noviembre	66%
Diciembre	61%
Anual	66%

Existe una matriz de correlación para cada mes, y en general se observan correlaciones mayores y matrices más homogéneas en los meses de invierno. Como es de esperarse, el verano tiene una estructura espacial menos correlacionada (Figura 5). Luego de haber estimado las matrices de correlación, el modelo queda definido y representa características esenciales de los valores normalizados y estandarizados espaciales.

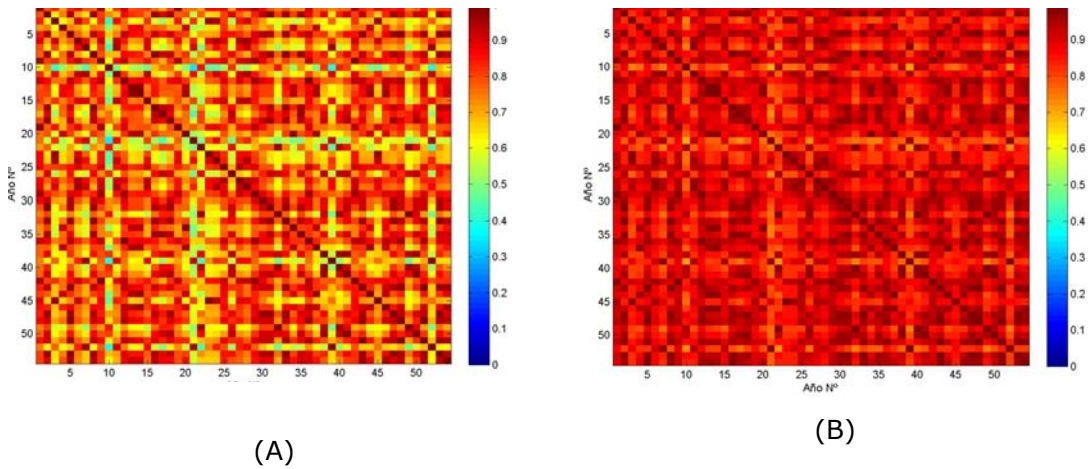


Figura 5. Matriz de Correlación de las Precipitaciones entre las Distintas Series. (A) Enero, (B) Julio.

En el Anexo 4 se presentan todas las matrices de correlaciones finales.

V APLICACIÓN DEL MODELO

A continuación se presentan algunos ejemplos resultados de la aplicación del modelo estocástico multivariado estimado en la cuenca del Maipo, para la generación de series sintéticas y para efectuar un relleno condicionado de los valores faltantes en la estadística.

5.1 GENERACIÓN DE SERIES SINTÉTICAS

Siguiendo el modelo presentado en el punto 2.2 y considerando el proceso inverso de normalización presentado en 2.4 y los parámetros del modelo señalados en el punto III, se generaron 100 años de series sintéticas de precipitaciones para las 54 estaciones de medición y los 12 meses del año.

Puesto que Quinta Normal cuenta con más de 100 años de registro, se muestra en la Figura 6 como ejemplo los valores simulados y observados en esta estación. Esto permite apreciar lo indistinguible que resulta una serie de la otra, y por lo mismo la calidad del modelo utilizado. El ejemplo se presenta para febrero y julio. También se señala en la Figura 7 la relación entre dos estaciones para dos periodos distintos.

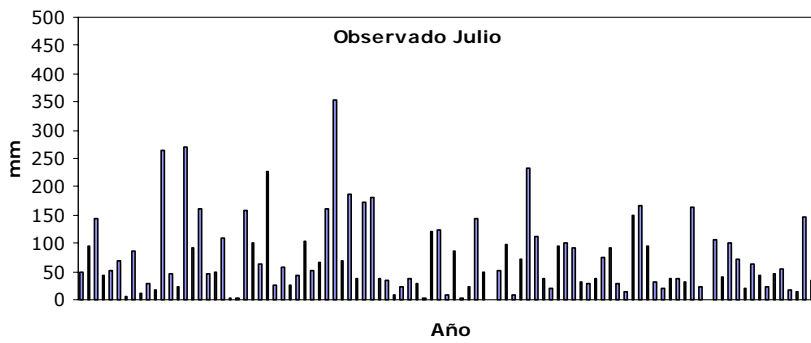
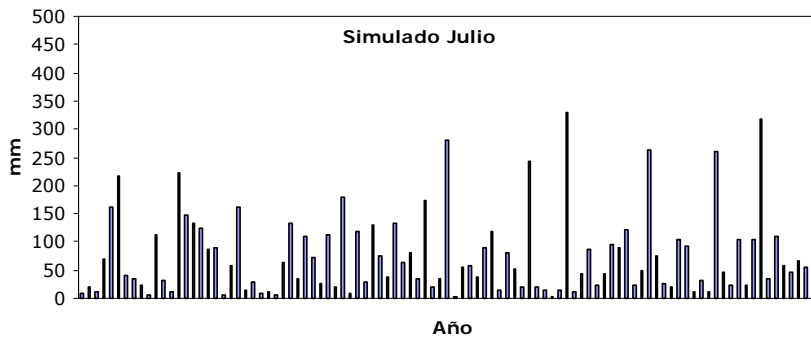
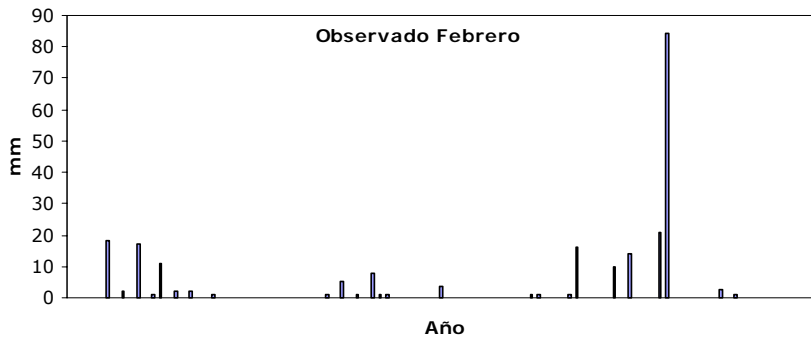
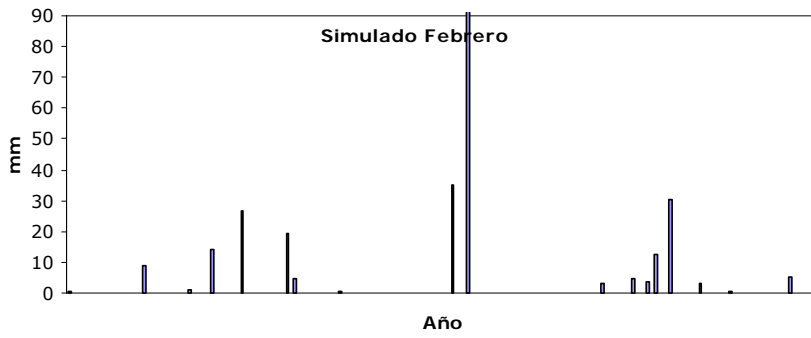


Figura 6. Comparación de series sintéticas y series observadas. Quinta Normal

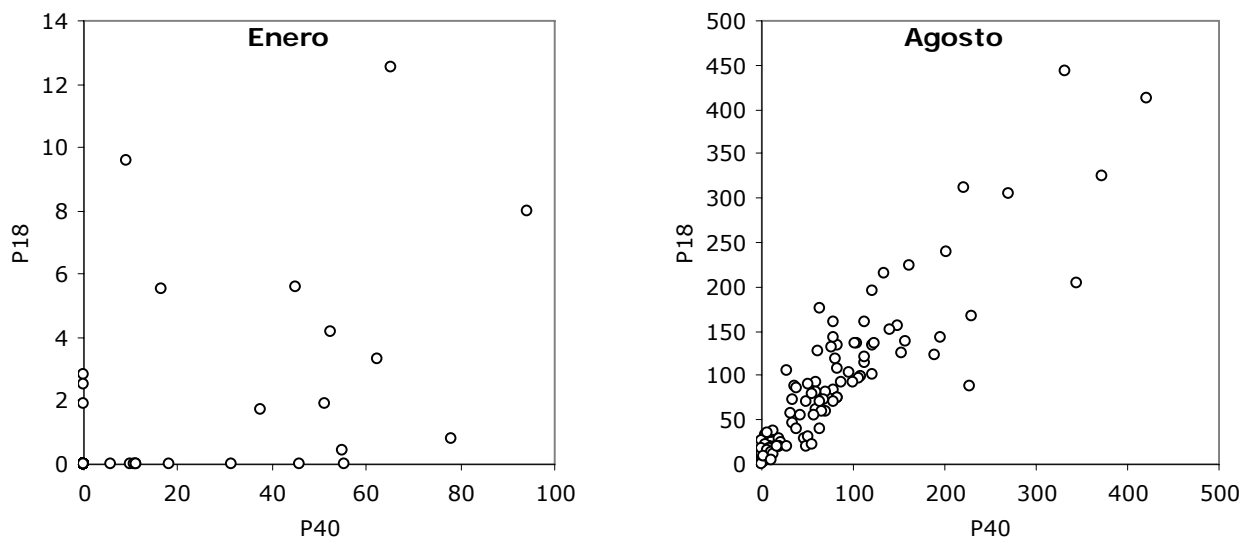


Figura 7. Correlación de series sintéticas entre estaciones P18 y P40

Se realizó una validación de los valores simulados, mediante un test estadístico para la probabilidad de no lluvia y la media. Aplicados los test, se aprecia que en el caso de la probabilidad de no lluvia y la media existe un bajísimo porcentaje de rechazo, iguales al 1% para la probabilidad de no lluvia y al 2% para la media. Entonces, se puede tener la seguridad que las series sintéticas generadas con el modelo provienen de la misma variable que los valores observados, aún en las series de menor longitud. En el CD que acompaña este informe se presentan las series sintéticas simuladas.

5.2 RELLENO ESTOCÁSTICO CONDICIONADO

Se realizó un relleno de los datos faltantes en la estadística según lo planteado en 2.3, para cada año y mes del período 1866-2006, condicionando la distribución de probabilidades para cada año y mes a los datos observados en las estaciones operativas ese año y ese mes. En el relleno del período 1866-1913, las precipitaciones generadas están condicionadas a la precipitación observada en una sola estación, que corresponde a Santiago en Quinta Normal.

En la Figura 8 se muestra el relleno efectuado en P25 relacionado con P37 para Diciembre y Junio. En Diciembre se observa que no existe una relación en los datos, y los resultados del relleno son consistentes con esto, pues no generan una correlación inexistente. En Junio, en

cambio, la correlación es alta en las observaciones y se aprecia tendencia y dispersión en los valores rellenados muy similares a los observados.

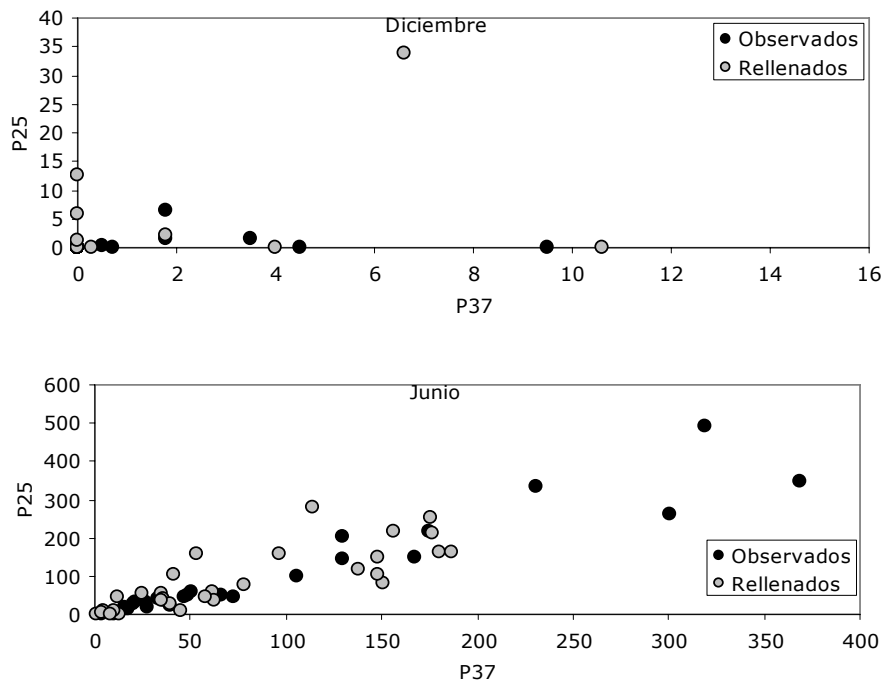


Figura 8. Rellenos efectuados en P25 relacionados estación P37. Meses de Diciembre y Junio.

Los datos observados y rellenados para todas las estaciones y meses para el período 1866-2006 se entregan digitalmente en planillas Excel, en el CD que acompaña el informe. La estadística rellenada se entrega en dos formatos. El primer formato está ordenado por estación, en que cada matriz corresponde a una estación, en la cual las filas corresponden a los años y las columnas corresponden a los meses. En el segundo formato las precipitaciones están ordenadas por mes, en que las filas corresponden a los años y las columnas corresponden a las 54 estaciones. Se presenta este último formato con el objeto de visualizar mejor el relleno estadístico de los datos faltantes condicionado a las precipitaciones observadas en otras estaciones. En ambos formatos, los valores de precipitación efectivamente observados se muestran en negrita y los valores de precipitación rellenados se muestran en gris.

VI REFERENCIAS

- Von Storch, Hans and Francis W. Zwiers, 1999. *Statistical Analysis in Climate Research*. Cambridge University Press.
- DGA, 2006. *Caracterización de la Precipitación Mensual y de los Aportes Naturales para el Modelo de Operación Superficial del Plan Director de la Cuenca del Río Maipo*. S.I.T. N° 124. Realizado por José Pedro Montt M. Dirección General de Aguas, Ministerio de Obras Públicas, Gobierno de Chile.
- Bras, Rafael L. and Ignacio Rodríguez-Iturbe, 1993. *Random Functions and Hidrology*. Dover, 0-486-67626-9.
- Rencher, Alvin C., 2002. *Methods of Multivariate Analysis*. Wiley-Interscience.